

面圧が働く際の両面段ボールの 塑性変形開始および応力解析

松島 理*・松島成夫**

Initial Plastic Deformation and Stress Analysis for Corrugated Fiberboard under Uniform Surface Compression

Satoru Matsushima and Shigeo Matsushima

Initial plastic deformation was considered on the progress of the yield stress for single wall corrugated fiberboard (SWCF) under the uniform surface compression. And the range of the yield area was shown and the stress analysis was performed.

The initial stress yield of SWCF occurs in corrugating semichemical medium (SCM), and the yield position is on the inner surfaces of SCM at the joint of kraft-liner (KL) and SCM. The position of the initial plastic deformation is at the joint, and its plastic deformation is made by yield for the all area of the section at the joint. The absolute value of the load pressure obtained from this formulation of the plastic deformation is less than the pressure p_c obtained from Castigliano's theorem contented in the geometrical constrain for SCM, and its pressure ratio (p/p_c) is about 0.4. Stress σ_k for KL is nearly uniform elastic tensile stress in the machine direction, and axial stress σ_b for SCM is mainly made by pure bending. And its stress ratio (σ_k/σ_b) is about 1/500.

Keywords : Computational mechanics, Structural analysis, Elastic bending, Strength of corrugated fiberboard, Elastic stress analysis, Structure strength, Numerical analysis, Stress concentration.

一様面圧を受ける両面段ボールの塑性変形開始を議論した。そして、その降伏域を示し、弾性域の応力解析をおこなった。

両面段ボールに生じる応力の初期降伏は中芯に生じ、その位置はクラフト・ライナー (KL)・中芯接合部の中芯内表面にある。塑性変形開始の位置は KL・中芯接合部にあり、塑性変形は全断面降伏によって生じる。本塑性変形表示によって得られた圧縮荷重 p の絶対値は中芯の幾何学的拘束条件を満たすカスチリアノの定理より求めた圧縮荷重 p_c のものより小さく、その比 (p/p_c) は 0.4 程度である。KL に生じる応力 σ_k は近似的に一様な引張り応力で表せ、中芯に生じる曲げ応力 σ_b は主に純曲げによるものとして表せる。その応力の比 (σ_k/σ_b) は 1/500 程度である。

キーワード：計算力学、構造解析、弾性曲げ、段ボールの強度、弾性応力解析、構造強度、数値解析、応力集中

* 帝人製機(株)松山工場(〒791-8513 愛媛県松山市北吉田町77) : Matsuyama Factory, Teijin Seiki, Ltd.
77 Kitayoshida-cho, Matsuyama-shi, Ehime, 791-8513

** 愛媛大学名誉教授(〒790-5677 愛媛県松山市文京町3番) : Honorary Professor of Ehime University,
3 Bunkyou-cho, Matsuyama-shi, Ehime, 790-5677

1. 緒言

段ボール (SWCF) は、優れた力学的構造特性をもち、軽くて、生産性に優れ、包装用箱材、枠材、仕切材として盛んに用いられている。したがって、段ボールの力学的強度機構を明らかにし、変形強度の解析を容易にすることは、段ボールの利用、改善のために、また強度設計上、重要なことである。

段ボールの実用的研究には、段ボール強度に関するものがあり^{1)~3)}、最近おこなわれているものがある^{4),5)}。また、段ボールの反りに関するもの⁶⁾があり、特殊なものとして、航空機構造への適用についてのものがある^{7),8)}。

段ボールの基礎的な研究には、引張り変形強度の異方性変形表示を、実験的に議論したもの⁹⁾、弾性解析によって議論したものがある¹⁰⁾。等方弾性体波板に関する曲げ剛性についてのものがある¹¹⁾。流れ方向 (曲げモーメント軸が横方向)^{12)~16)} および横方向 (曲げモーメント軸が流れ方向)^{17)~21)} の曲げに関するものがあり、接合部の変形強度に関するものがある^{22)~26)}。曲げ変形に関する異方性変形表示の基礎的研究については、素材の形状および材質を配慮した弾性縦曲げ強度に関するもの、両曲げが組合わさった段ボール板の曲げに関するものがある²⁷⁾。

段ボール箱の利用状態をみると、荷台に置かれたものは、その内用品の質量によって箱の底板に面圧が生じ、また荷造りされた段ボール箱の積荷の際、その積重ねによって箱の上下板に面圧が生じるものと考えられる。故に、面圧を受ける段ボールの力学的状態を明らかにすることは、段ボール板および段ボ

ール箱の利用上、意義あるものと考えられる。そして、大きな面圧を受ける段ボールの力学的変形状況を明らかにすることは、段ボールの利用、改善上、必要なことであると考えられる。

既に、面圧を受ける段ボールおよび波板の弾性応力解析に関する研究がなされ^{28)~30)}、面圧を受ける円³¹⁾ および楕円³²⁾、部分楕円³³⁾ 中芯段ボールの弾性応力解析に関するものもなされている。しかし、大きな面圧が働く際の変形強度解析の研究は見受けられていない。

面圧を受ける弾性変形時の応力解析の算定は、前報^{28)~30)}では、カスチリアノの定理³⁴⁾を用いる処法によっておこなった。これにより、面圧を受ける両面段ボールの曲げ応力の絶対値は、中芯の KL・中芯接合部の表面が非常に大きく、特に、内側の表面が大きいことが示され、その絶対値の大きさは KL の 100 倍程度であることが示された^{28)~30)}。そして、使われている両面段ボールの中芯の引張り強さは、一般に、KL の引張り強さの 1/2 程度である⁹⁾。一方、大きな面圧を受け、大きな塑性変形が生じる際、塑性域 (塑性変形域)、すなわち、クラフト・ライナー (KL) に接する位置の中芯の塑性開始した域とその開始前の弾性域との境付近の塑性域では、大きな角度の変化が生じ、塑性変形の進行時に曲げによる大きな角度変化が生じるものと考えられ、その変形は、両表面の板紙 KL に接するような変形状態をとり、平面状をなし、KL 面と平行な形状をとるよう進行するものと考えられる。したがって、このような変形における変形条件は前報のカスチリアノの定理によるもの (KL・中芯接合部中芯の流れ

方向変位、傾きが零)と大きく異なるものと考えられる。

そこで、本研究では、中芯の塑性変形による形状変化は、両表面の平面状の板紙 KL に接するように、KL 面と平行した形状をとるよう進行するものとして、また、上下 KL・中芯接合部およびその付近に生じる降伏開始および塑性変形開始の状態を考慮して、面圧を受ける両面段ボールの応力状況を議論することを試みた。そして、さらに、前報の応力状況^{28)~30)}との相異を明らかにすることを試みた。ただし、中芯は完全弾塑性材とし、その形状は、前報^{28)~30)}にならい正弦波であるとした。

2. 解析方法

両面段ボールの上下 KL (KL₁, KL₂) は平面状の板であるが、中芯の形状は流れ方向に沿って周期的に変化する。そこで、いま、面圧を受ける両面段ボールの流れ方向および厚さ方向を x および y 方向とし、中芯の厚さ T_s および波高 h の中心を原点におく。そして、段ボールの横方向を z 方向にする (Fig. 1(a) 参照)。

その段ボールの KL₁, KL₂ は近似的に厚さ T_{k1}, T_{k2} の平板とみなし、その位置は

$$y(KL_1) = h/2 + T_s/2 \sim h/2 + T_s/2 + T_{k1}$$

$$y(KL_2) = -h/2 - T_s/2 - T_{k2} \sim -h/2 - T_s/2$$

の範囲に、波状の板とみなす段ボール中芯 (SCM) の位置は

$$y(SCM) = -h/2 - T_s/2 \sim h/2 + T_s/2$$

の範囲にあるものとする。上述のように、中

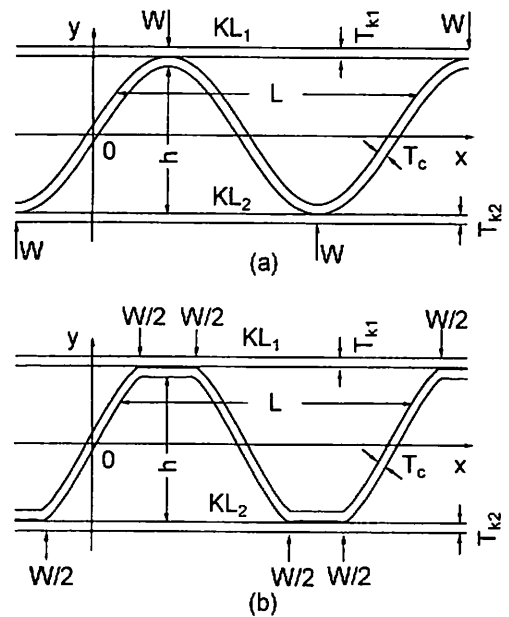


Fig. 1 Coordinates and load for SWCF.

- (a) Before plastic deformation.
- (b) After progress of plastic deformation.

芯の形状を近似的に正弦波形であるとする、その厚さ中央の位置 y_0 は

$$y_0 = \frac{h}{2} \sin \left(\frac{2\pi x}{L} \right) \quad (1)$$

で表される。L は中芯の波長である。そして、厚さ中央から厚さ方向に t の位置の y は

$$y = y_0 + t \cos \theta \quad (2)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{dy_0}{dx} \right)$$

で表される。

用いられている両面段ボールはその厚さに比べ非常に広いものである。その広い面に一様な圧力 p が働く際、KL および中芯の変形は平面ひずみであると考えられる。一方、平面ひずみにおける応力、ひずみ関係は平面応力のものと同様な関係を示すものとされている³⁵⁾。これにしたがい、中芯の変形を周知

のはりの理論³⁶⁾によって議論する。すなわち、単位幅の中芯の変形を、近似的に、単位幅をした曲がりはりと同様なものであると考える。

降伏開始前では、段ボールの変形は、弾性変形であるとみなせ、近似的な処法として、前報^{28)~30)}のように、弾性はりの曲げの解析処法が用いられ、中芯の曲げ応力(中芯原紙の縦方向の垂直応力)は

$$\sigma_b(x, y_0) = N_b(x, y_0) + \frac{1}{\rho(x, y_0)}$$

$$\left[1 + \frac{1}{\rho(x, y_0) + t} \right] M_s(x, y_0) \quad (3)$$

で表される³⁶⁾。 $\rho(x, y_0)$ および $k(x, y_0)$ は着目位置 (x, y_0) の曲率半径および断面係数

$$\rho(x, y_0) = - \frac{\left[1 + \left(\frac{dy_0}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 y_0}{dx^2}}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} \left(\frac{T_s}{2\rho(x, y_0)} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{T_s}{2\rho(x, y_0)} \right)^4 + \frac{1}{7} \left(\frac{T_s}{2\rho(x, y_0)} \right)^6 + \dots$$

である。 $N_b(x, y_0)$ および $M_s(x, y_0)$ は着目位置 (x, y_0) における単位幅当たりの軸力およびモーメント

$$N_b(x, y_0) = W_{sx} \cos \theta + W_{sy} \sin \theta \quad (4a)$$

$$M_s(x, y_0) = W_{sx}(h/2 - y_0) - W_{sy}(L/4 - x) + M_{s0} \quad (4b)$$

$$W_{sy} = W/2 \quad (4c)$$

である。 W_{sx}, W_{sy}, M_{s0} は面圧力 p によって生じる KL・中芯接合部の x, y 方向の荷重、固定モーメントであり (Fig. 2 参照)、 W は単位幅 KL・中芯接合部に働く荷重

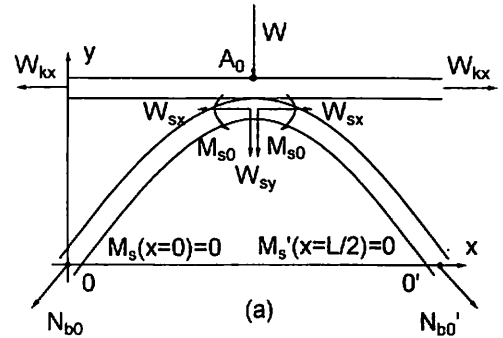


Fig. 2 Fixed loads and moment at KL-SCM joint.

$$W = pL \quad (5)$$

である。

単位幅 KL・中芯接合部に圧縮荷重 W が働く際、 $x=0, y_0=0$ の位置に生じる中芯の変形は、形状および作用力の反対称性により、曲げモーメントは零となり、その位置の作用力は軸力 N_{b0}

$$N_{b0} = W_{sx} \cos \theta_0 + (W \sin \theta_0) / 2$$

$$\theta_0 = \theta(x=0)$$

のみとなり、 M_{s0} および $M_s(x, y_0)$ は

$$M_{s0} = W_{sx}h/2 - W_{sy}L/4 \quad (6a)$$

$$M_s = -W_{sx}y + W_{sy}x \quad (6b)$$

で表される。

前述のように、前報^{28)~30)}の面圧を受ける段ボールの変形解析はカスチリアノの定理³⁴⁾によっておこなった。しかし、上述のように、大きな面圧縮荷重を受け、大きな塑性変形が進行する際の中芯の変形は、中芯の塑性域が、平面状をなし、KLに接するものになると考えられる。KLに接する中芯の塑性域と弾性域(弾性変形域)との境付近の塑性域で大きな角度変化が生じ (Fig. 1(b) 参照)、その変化は塑性変形の進行時に生じる

ものと考えられる。その際の変形制限は、近似的に、 $KL \cdot$ 中芯接合部の間隔が一定であると考えられ、これに基づき、塑性開始前後域の境界の x 方向変位 δ_x が零となる変形が生じるものと考えられる。したがって、塑性変形が生じる際、 $KL \cdot$ 中芯接合部の流れ方向の弾性変位は、 KL による変形制限により、近似的に、零であると考え、弾性域の中芯の横方向の変位 δ_x は、近似的に、零であると考え。すると、曲がりはりの表示³⁷⁾ によって、 δ_x は、

$$\delta_{sx} = -\frac{1}{E_{bs}T_s} \int_{x=0}^{x=L/4} \left[N_b(x, y_0) + \frac{M_s(x, y_0)}{\rho} \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) \right] \left(\frac{h}{2} + z_0 \right) d\phi \quad (7)$$

で表せることにより、 W_{sx} は

$$W_{sx} = -(BW) / (2A) \quad (8)$$

$$A = \int_{x=0}^{x=L/4} \left[\sin \phi - \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) y_0 \right] \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) d\phi$$

$$B = \int_{x=0}^{x=L/4} \left[\cos \phi - \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) x \right] \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) d\phi$$

で表せることがわかる。

面圧を受ける両面段ボールの曲げ応力の絶対値は、中芯の $KL \cdot$ 中芯接合部表面が大きく、特に、内表面が大きい。その大きさは KL の 100 倍程度である^{28)~30)}。

一般に使われている段ボールの中芯の σ_b は KL の引張り強さ $\sigma_k(KL)$ の 1/2 程度であり^{28)~30)}、面圧を受ける際の最大応力値の位置は中芯の $x=L/2$ 、 $y=h_0/2$ の $t=-T_s/2$ の位置に生じるものとされている。したがって、大きな面圧を受ける際、まず、降伏開始の位置は中芯の $x=L/2$ 、 $y_0=h/2$ 、 $t=-$

$T_s/2$ に生じ、順次、降伏域の幅と深さが拡大するものと考えられる。 $x=L/2$ 、 $y_0=h/2$ の中芯の厚さ全域が降伏する際 (Fig. 3 参照)、内外表面の降伏域の流れ方向半値幅 B_1 、 B_2 (Fig. 3 の B_1A_1 、 B_2A_2 参照) も増加するものと考えられる。なお、塑性変形が生じる際の中芯の応力算定を容易にするために、近似的に、完全弾塑性材であるとする³⁸⁾。

このような際の W_{sx} は、全断面降伏時における $KL \cdot$ 中芯接合部の力の釣合い条件により、

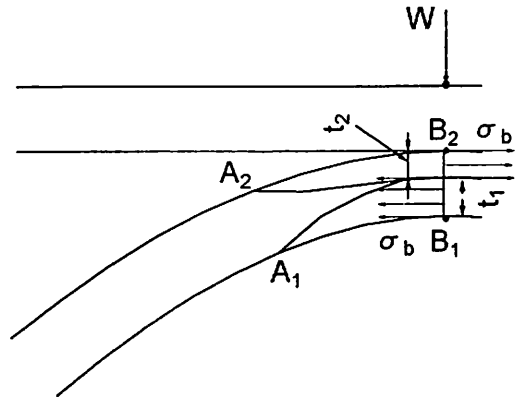


Fig. 3 Yield stress pattern at KL-SCM joint.

$$W_{sx} = \sigma_{by} (t_1 - t_2) \quad (9)$$

で表され、 M_{s0} は、 $KL \cdot$ 中芯接合部のモーメントの釣合い条件より、

$$M_{s0} = \sigma_{by} t_2^2 \quad (10)$$

で表される。ただし、 t_1 、 t_2 は内外表面から中立面までの距離である。

式(6a,c)、(8)より、関係

$$M_{s0} = [h/2 + AL / (4B)] W_{sx} \quad (11)$$

が成り立ち、式(9)、(10)を用いて関係式

$$\frac{t_2^2}{t_1 - t_2} = \left[\frac{2Bh - AL}{4B} \right] \quad (12)$$

が得られ、 t_1 、 t_2 の関係式

$$t_1 = T_s - t_2 \quad (13a)$$

$$t_1 = -A_s - \sqrt{A_s^2 + A_s T_s} \quad (13b)$$

が得られる。

本式により t_1 が明らかとなり、式 (8a, b) より W_{sx} 、 W_{sy} が、式 (11) より M_{s0} が明らかになる。したがって、これより、式 (4a)、(6b) を用いて N_b 、 M_s を明らかにすることができ、式 (3) より弾性域の応力 σ_b を明らかにすることができる。また、 σ_b の分布状況の吟味により、 B_1 、 B_2 が明らかとなる。

面圧に伴って生じる KL_1 、 KL_2 の応力は、中芯の流れ方向の荷重 W_{sx} の釣合いを考慮すると、 KL_1 、 KL_2 の流れ方向の垂直応力 σ_{k1x} 、 σ_{k2x} は

$$\sigma_{k1x} = W_{sx} / T_{k1} \quad (14a)$$

$$\sigma_{k2x} = W_{sx} / T_{k2} \quad (14b)$$

で表せる。

3. 解析結果および考察

一般に使われている両面段ボールの形状、特性³⁹⁾ に合わせ、議論する上下 KL および中芯の厚さを $T_{k1} = T_{k2} = 0.30$ mm および $T_s = 0.24$ mm、中芯の波長および波高を $L = 9.2$ mm および $h = 4.6$ mm にする。

面圧を受ける両面段ボールの応力の最大値は、KL・中芯接合部中芯の内表面にあるとされ^{28)~30)}、段ボールの応力の降伏開始は中芯内表面より、塑性変形開始は KL・中芯接合部の全断面降伏開始時より生じるものと考えられる。

本形状および特性を用いた際、近似的に、

$t_{01} = 0.1219$ mm、 $B_1 = 1.597$ 、 $B_2 = 1.628$ mm となり、 $W_{sx} = 0.0237$ N/mm、 $W_{sy} = 0.0619$ N/mm、 $M_{s0} = 0.0879$ N、 $p = 0.01346$ N/mm² で表せる。そして、 $\sigma_k = 0.0790$ N/mm² となることがわかった。

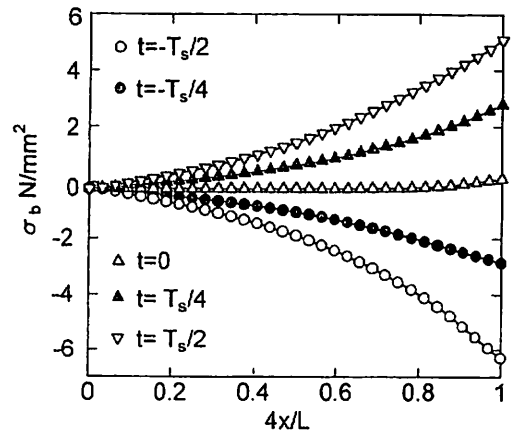


Fig. 4 Relationship between bending stress σ_b and position x in initial yield for SCM.

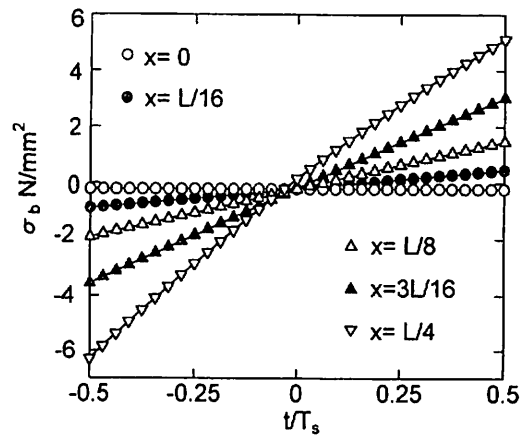


Fig. 5 Relationship between bending stress σ_b and position t in initial yield for SCM.

塑性変形開始時の応力の特徴および状態を議論するために、 W_{sx} 、 M_{s0} の値を式 (3) に挿入し、降伏開始時の σ_b と x および t の関係を求めた。それを Fig. 4、5 に示す。Fig. 4 より、 $t = -T_s/2$ の σ_b は負値、 $t = T_s/2$ は

正值であり、 $|\sigma_b|$ は x の増加に伴って増加し、 $x=L/4$ 、 $t=-T_s/2$ で最大となるように生じることがわかる。Fig. 5 より、 σ_b は t の増加にほぼ比例して変化することがわかる。そして、塑性変形開始は位置 $x=L/4$ 、 $y_0=h/2$ にあることがいえる。

塑性変形開始時の σ_b と x および t の関係を求めた。それを Fig. 6、7 に示す。Fig. 5 (a、b) より、塑性変形開始時の $|\sigma_b|$ は $x=$

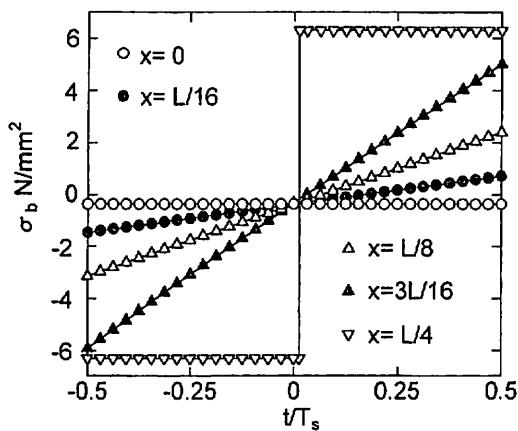


Fig. 6 Relationship between bending stress σ_b and position x in initial deformation for SCM.

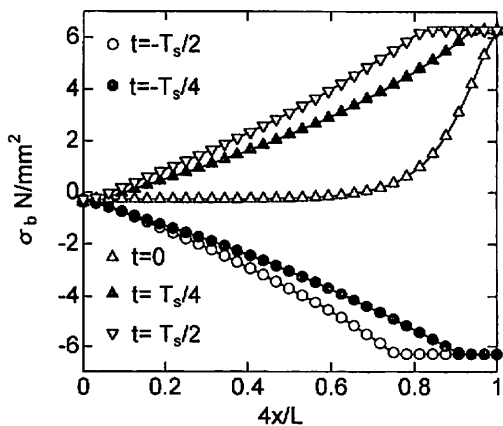


Fig. 7 Relationship between bending stress σ_b and position t in initial deformation for SCM.

$L/4$ の断面全域が最大 ($=0.63 \text{ N/mm}^2$) となるように生じ、降伏域を除くところでは、 σ_b は t の増加にほぼ比例して変化することがわかる。

Fig. 4~7 より、塑性変形開始時の弾性域の応力値は降伏開始時のもの 2 倍程度に大きいことがいえるが、両応力分布の状態は類似することがいえる。

σ_b と強い結び付きをもつ N_b 、 M_s の状況を明らかにするために、 N_b および M_s と x の関係を求めた。それを Fig. 8 に示す。Fig. 8 より、 N_b は、 x の増加に伴って緩やかに増加し、 $x=19L/20$ 付近より大きく減少する傾向がいえる。同図より、 M_s は x の増加に伴って増加し、その増加の傾向が順次強く生じることがいえる。

Fig. 4、6、8 より、 σ_b-x 関係と N_b-x 関係とは、類似関係のないことが、 $|\sigma_b|-x$ 関係と M_s-x 関係とは強い類似関係があることがわかる。このことより、 σ_b の状態は N_b の寄与よりも M_s の寄与が強く働き、生じたものと考えられる。

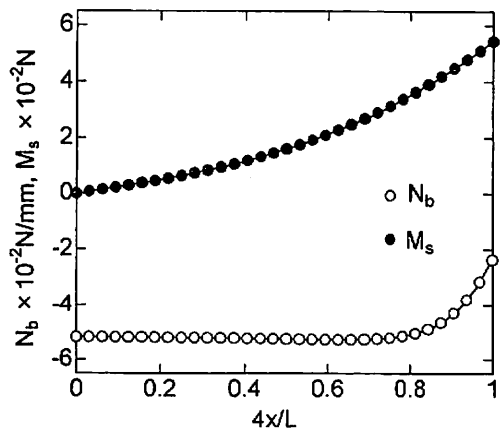


Fig. 8 Relationships between axial force N_b , bending moment M_s and position x for SCM.

本結果の変形条件とカスチリアノの定理を用いた前報^{28)~34)}の変形条件 (KL・中芯接合部の中芯の変位、傾きが各零)とは異なったものである。そこで、本結果と前報の結果との相異を議論することは意義あるものと考えられる。カスチリアノの定理を用いた前報の処法によって、中芯の曲げ応力 σ_{bc} と l との関係を、中芯の軸力 N_{bc} 、モーメント M_{sc} と x との関係を求めた。それを Fig. 9~11

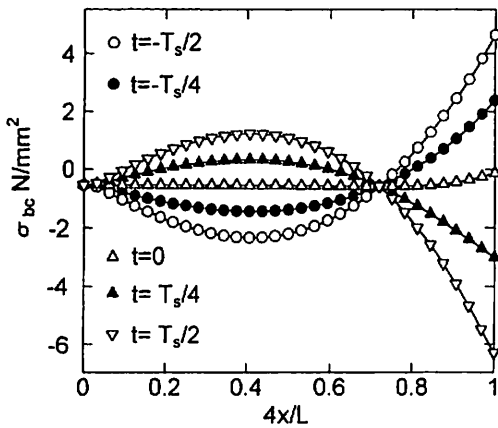


Fig. 9 Relationship between bending stress σ_{bc} and position x obtained by Castigiano's theorem.

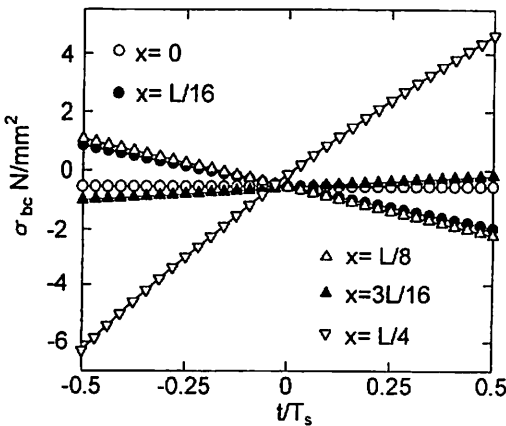


Fig. 10 Relationship between bending stress σ_{bc} and position x in initial deformation for SCM.

に示す。Fig. 9、10より、 σ_{bc} と l との変化の比例関係は Fig. 5、7のものと同様だが、 $\sigma_{bc}-x$ 関係は Fig. 4、6の σ_b の際と大きく異なることがいえる。また、Fig. 11に示す N_{bc} 、 M_{sc} と x との関係についても Fig. 8の N_b 、 M_s のものと大きく異なることがわかる。

KL・中芯接合部に働く作用力をみると、本研究の W_{sx} は

$$W_{sx} = 0.383W_y$$

カスチリアノの定理を用いた際の W_{sxc} 、 W_{syc} は

$$W_{sxc} = 0.795W_{syc} \quad W_{syc} = 10.17N$$

であることがわかった。このことより、 W_{sx}/W_y の値が W_{sxc}/W_y の7割となり、 N_{bc} 、 M_{sc} の状態が N_s 、 M_s のものと大きく異なり、 σ_{bc} の応力状態が σ_b のものと大きく異なることがわかる。

カスチリアノの定理により求めた降伏開始の $p_c (= 2.211 N/mm^2)$ は、本表示の塑性変形開始の $p (= 1.536 N/mm^2)$ より3割程度大

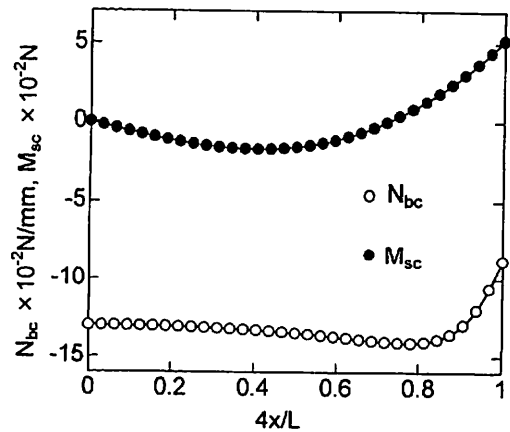


Fig. 11 Relationships between axial force N_{bc} , bending moment M_{sc} and position x obtained by Castigiano's theorem.

きい。したがって、弾性変形時では、段ボールの変形制限に基づき、前報の応力状態を示すが、変形が進行し、降伏開始に達すると、突然全断面変形が生じ、力学的安定性として、塑性変形が $p=p_c$ の状態まで急激に進行する状態を示すものと考えられる。

そして、本研究の段階では、 p_c が大きいことに伴う $p=p_c$ までの突然の塑性変形進行を議論することはできないが、突然の変形進行およびその間の変形状態の検討、その後の変形進行状況を明らかにすることは、正しく面圧縮の座屈強度を議論する上に必要なことであると考えられる。したがって、このような研究を今後継続しておこなうことは、段ボール工学上、重要なことであると考えられる。

以上のように、本研究の結果は、面圧縮下における完全弾塑性材の変形進行を議論したものであるが、本表示によって、一応基本的に面圧縮下の座屈変形進行の状況を議論することが可能になるものと考えられる。

4. 結 言

面圧を受ける段ボールの中芯の塑性変形進行は、両表面の板紙 KL に接し、KL 面と平行して生じるものと考え、塑性変形開始の状態を議論した。そして、上下クラフト・ライナー (KL) の厚さを 0.30 mm、中芯の厚さは 0.24 mm とし、中芯の波長を 9.2 mm、波高を 4.6 mm、降伏応力を 6.3 N/mm^2 とした際の段ボールの応力状況を明らかにした。さらに、前報^{28)–30)}の純弾性状態の応力状況との相異を議論した。ただし、中芯は完全弾塑性材とし、その厚さおよび波高の中央位置を原点に、流れ方向を x 方向にし、中芯厚さ中央

位置からの距離を t にした。

(1) 降伏開始の位置は KL・中芯接合部の中芯内表面 ($x=L/4$, $y_0=h/2$, $t=-T_s/2$) に生じる。

降伏開始時の曲げ応力 σ_b は負値であり、弾性域の応力 $|\sigma_b|$ は $x=L/4$ および $t=-T_s/2$ で最大となるように生じ、 σ_{by} の変化は t の変化にほぼ比例する。

(2) 塑性変形開始の状態は KL・中芯接合部位置の全断面降伏時に生じ、その変形は全断面を通して生じる。

塑性変形開始は KL・中芯接合部の位置 ($x=L/4$, $y_0=h/2$) にある。

(3) 降伏位置の中立面から内表面までの距離は 0.121 mm、内外表面の降伏域の半幅は 0.465, 0.339 mm となり、単位幅当たりの KL・中芯接合部の縦、横方向の固定荷重は 7.88 N/mm、3.93 N/mm、固定モーメントは 7.08 N となる。

(4) 中芯の軸力の絶対値は x の増加に伴って緩やかに減少し、 $x=19L/20$ 付近より大きく減少する。中芯のモーメント M_s は x の増加に伴って増加し、その増加の傾向も順次増加する。

(5) 塑性開始時の中芯に働く圧縮荷重の値は、KL・中芯接合部中芯の流れ方向変位、傾きが各零であるとした際の条件より求めたもの (カスチリアノの定理を用いたもの) の 7 割程度であり、塑性変形時の圧縮荷重の値はカスチリアノの定理を用いたものの 4 割程度である。

(6) KL の応力は流れ成分のみで $1.31 \times 10^{-2} \text{ N/mm}^2$ で、 $|\sigma_b|$ の最大値の 1/500 程度である。

本結果では、近似処理のため、弾塑性境界の極狭い付近の応力の連続性が十分明らかに

されていない。しかし、以上のことより、大きな圧縮荷重を受ける両面段ボールの弾塑性解析に関する諸結果は、その諸力学特性値の変化、分布状況により、一応妥当なものであると考えられ、大きな面圧を受ける段ボールの変形強度の議論および強度設計に対し有意義なものであると考えられる。

<参考文献>

- 1) 例えば、段ボール実用百科編集委員会：段ボール実用百科、一律書房、p.21-26 (1970)
- 2) 例えば、レンゴー株式会社：段ボール技術、包装新聞社、p.16-21 (1971)
- 3) J. W. Koning Jr. and R. Stern : Tappi, 60 (12), 128-131 (1977) ; G. G. Maltenfort : Tappi, 53 (11), 1076-1079 (1970) ; P. Grartaganis : Tappi, 58 (11), 102-108 (1975) ; R. M. Morris Jr. and G. P. Vallow : Tappi, 58 (11), 110-113 (1975)
- 4) 川端洋一：日本包装学会誌、6 (1)、19-23 ; 24-29 (1997)
- 5) 川端洋一：日本包装学会誌、7 (2)、63-70 (1998)
- 6) 石淵浩、木村稔、吉沢昭宣、佐久田博司、吉谷豊：日本機械学会論文集、59 (A557)、156-162 (1993)
- 7) 林毅：日本航空学会誌、8 (79)、1131-1156 (1941)
- 8) 渋谷巖：日本航空学会誌、7 (61)、393-424 (1940)
- 9) 松島成夫、奥田隆宏、宮内治、野沢光治：紙パ技協誌、36 (3)、377-387 (1982)
- 10) 松島理、松島成夫：紙パ技協誌、54-(2)、260-269 (2000)
- 11) S. P. Timoshenko and S. Woinowsky Krieger : Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill Co., p. 366-369 (1959)
- 12) 松島成夫、矢野忠、松島晟、横田俊昭：紙パ技協誌、45 (4)、480-491 (1991)
- 13) 松島成夫、矢野忠、松島晟、横田俊昭：紙パ技協誌、46 (5)、668-678 (1992)
- 14) 松島成夫、矢野忠、松島晟、横田俊昭：紙パ技協誌、47 (4)、517-528 (1993)
- 15) 松島成夫、矢野忠、松島理：紙パ技協誌、48 (8)、600-611 (1994)
- 16) 松島成夫、矢野忠、松島理：紙パ技協誌、49 (6)、956-966 (1995)
- 17) 松島理、松島成夫：日本機械学会論文集、60 (A576)、1814-1820 (1994)
- 18) 松島理、松島成夫：日本機械学会論文集、61-(A587)、1601-1607 (1995)
- 19) 松島理、松島成夫：紙パ技協誌、50 (9)、1299-1310 (1996)
- 20) 松島理、松島成夫：紙パ技協誌、51 (9)、1356-1365 (1996)
- 21) 松島理、松島成夫：日本機械学会論文集、63 (A587)、1525-1562 (1997)
- 22) 松島理、松島成夫：紙パ技協誌、51 (4)、707-716 (1997)
- 23) 松島理、松島成夫：日本包装学会誌、5 (3)、211-221 (1996)
- 24) 松島理、松島成夫：紙パ技協誌、51-(4)、645-652 (1997)
- 25) 松島理、松島成夫：日本包装学会誌、6 (3)、60-70 (1997)
- 26) 松島理、松島成夫：日本包装学会誌、6 (5)、258-267 (1997)
- 27) 松島理、松島成夫：日本機械学会論文集、64 (A618)、415-421 (1998)

- 28) 松島成夫、矢野忠、松島晟：紙パ技協誌、42 (5)、480-486 (1988)
- 29) 松島成夫、矢野忠、松島晟：紙パ技協誌、43 (6)、602-609 (1989)
- 30) 松島成夫、矢野忠、松島晟：紙パ技協誌、44 (5)、605-613 (1990)
- 31) 松島成夫、矢野忠、上田康、松島理：紙パ技協誌、47 (10)、1263-1271 (1993)
- 32) 松島理、矢野忠、松島成夫：紙パ技協誌、48 (8)、1068-1077 (1994)
- 33) 松島理、松島成夫：日本包装学会誌、5 (2)、107-118 (1996)
- 34) 例えば、黒木剛司郎：材料力学、森北出版、p. 121-125 (1975)
- 35) 例えば、清家政一郎：材料力学、共立出版、p. 23-46 (1978)
- 36) 例えば、黒木剛司郎：材料力学、森北出版、p. 150-159 (1975)
- 37) 例えば、白鳥英亮：材料の力学、朝倉書店、p. 98-102 (1973)
- 38) 例えば、益田森治、室田忠雄：工業塑性力学、養賢堂、p. 37-46 (1992)
- 39) 1) の p. 64-69
- (原稿受付 1999 年 4 月 17 日)
- (審査受理 1999 年 11 月 12 日)