

## 段ボール箱の圧縮強さ(2)

### — 最も簡単な圧縮強度推定式 —

川端洋一\*

#### Compression Strength of Corrugated Box (2) — Simplest Equation for Predicting Compression Strength of Corrugated Box —

Yoichi KAWABATA\*

McKee's equation for predicting the compression strength of the corrugated box is commonly used in the United States. Its main constituent is the edge crush value of the corrugated board. Therefore, McKee's equation is expected to be more precise in predicting the compression strength of the corrugated box rather than Kellicutt's equation which is based on the ring crush value of the containerboard. Furthermore, the calculation of McKee's equation including the square root term of box perimeter is simpler than that of Kellicutt's equation including the cubic root term of that. The latter requires a functional calculator, but the former can be calculated by a common root key calculator. This simplicity is considered to be one of the reasons why McKee's equation is wide spread in the United States.

On the other hand, McKee's equation has a difficulty in deciding the appropriate containerboards due to the very fact that it is based on the aggregate value of the compression strength of the corrugated board.

Considering these, I developed a new equation which is based on the ring crush value and the square root term of box perimeter so that it is easy to calculate and easy to decide containerboard.

**Keywords :** McKee's equation, Compression strength, Corrugated box, Corrugated sheet thickness, Edge crush value, Perimeter, Predicting equation, Root key calculator

アメリカで多く使われているMcKeeの圧縮強さ推定式についてみると、箱の圧縮強さ推定のための指標としてエッジクラッシュ値を用いている。段ボールシート構造の測定値から計算することにより、予測精度向上が期待されるものの、逆に構成ライナの選択の困難さを伴っている。それにも関わらず、McKee式がアメリカで普及した理由の一つは、式が非常に簡単な事である。

Kellicutt式とMcKee式を比較すると、周辺長の指数関数の指数の違いがある。つまり、 $1/3$ と $1/2$ である。これは周辺長の立方根と平方根の違いである。前者は関数電卓を必要とするのに対し、後者は $\sqrt{\quad}$ キーのある通常の1千円電卓で容易に計算できる。

構成ライナの選択の容易な、リングクラッシュ値を箱の圧縮強さ推定のための指標とする、 $\sqrt{\quad}$ キーのある電卓で容易に計算できる、最も簡単で、実用性の高い段ボール箱圧縮強さ推定式を導き出した。

$$P = (5/8) R, [(L + W) h]^{1/2}$$

キーワード：マッキー式、圧縮強さ、段ボール箱、段ボールシートの厚さ、エッジクラッシュ値、周辺長、推定式、 $\sqrt{\quad}$ キーのある電卓

\*レンゴ(株)包装技術センター (〒332 埼玉県川口市領家5-14-8) : RENGO CO. LTD. Package Engineering Center, 5-14-8, Ryoke, Kawaguchi-shi, Saitama, 332

## 1. はじめに

段ボール箱の圧縮強さ推定式として、米国で最も多く使われている R. C. McKee の式について、その特徴と Kellicutt-Kawabata 式とを比較検討した。

R. C. McKee 式は段ボールシートの圧縮強さを使って、段ボール箱の圧縮強さを推定しており、単純で使いやすい推定式の為に、米国の段ボール業界で広く使われたものと考えられる。これに対して、日本で最も多く使われている K. Q. Kellicutt 式は、使用構成ライナの選択に便利だが、指数計算に立方根が使われ、平方根の R. C. McKee の式より使い難い所がある。

K. Q. Kellicutt 式を簡略化した Kellicutt-Kawabata 式について、更に単純化、簡素化させて、R. C. McKee 式なみに簡便性が高く、尚且つ、使用構成ライナの選択に便利な、新しい段ボール箱の圧縮強さ推定式を提案する。

## 2. R. C. McKee 式

米国の The Institute of Paper Chemistry の R. C. McKee らは、段ボール箱の圧縮強さの研究を行った結果、段ボール箱の構成要素である段ボールシートの圧縮強さ (Edgewise compressive strength) を段ボール箱の圧縮強さ推定の為の指標に採用し、次の式を導き出している<sup>1)</sup>。

$$P_{cr} = k_{cr} \sqrt{D_x D_y} / W^2 \dots\dots\dots (1)$$

$P_{cr}$  : 段ボール箱の圧縮強さ (lb)

$k_{cr}$  : バックリング係数

$D_x$  : シート縦方向の曲げ剛さ (lb · in)

$D_y$  : シート横方向の曲げ剛さ (lb · in)

$W$  : 段ボール箱の幅 (in)

これを簡略化して、

$$P = 2.02 P_m^{0.746} (\sqrt{D_x D_y})^{0.254} Z^{0.492} \dots\dots\dots (2)$$

$P_m$  : エッジクラッシュ強さ (lb/in)

$h$  : 段ボールシートの厚さ (in)

ここで、 $\sqrt{D_x D_y} = 66.1 P_m h^2$

なる関係を用いて、更に簡略単純化すると、

$$P = 5.87 P_m h^{0.5} Z^{0.5} \dots\dots\dots (3)$$

となる。

$P_m$  : エッジクラッシュ強さ (lb/in)

$h$  : 段ボールシートの厚さ (in)

$Z$  : 箱の周辺長 (in)

本式が米国で多く使われている理由の一つに、指数が 1/2 であるため計算が容易である事が考えられる。そして、圧縮強さ推定の為の指標として段ボールシートの圧縮強さを用いる事によって、段ボールシートを指定発注している。ライナ構成の標準化には都合良いがライナの選択には不便である。

日本の顧客は、ライナ指定にまでさかのぼって発注するから、R. C. McKee 式では使いにくい。そこで K. Q. Kellicutt 式が多く使われているものと考えられる。

ライナ選定に便利な、K. Q. Kellicutt 式を R. C. McKee 式なみに簡略化して、使いやすくする事も、広い意味での包装技術の合理化になる。

## 3. McKee 式と K-K 式との関連

R. C. McKee 式について、その単位系を

(kgf、cm) に、シートの圧縮強さを日本の工業規格 (JIS Z 0401) に規程されているエッジクラッシュ値に変換すると、次式のように書き換えられる。

$$P_{Mc} = 1.660P_m h^{1/2} (L + W)^{1/2} \dots\dots\dots (4)$$

$P_{Mc}$  : 段ボール箱の圧縮強さ (kgf)  
 $P_m$  : エッジクラッシュ値 (kgf/50mm)  
 (JIS Z 0401)

$h$  : 段ボールシートの厚さ (cm)  
 $L$  : 段ボール箱の長さ (cm)  
 $W$  : 段ボール箱の幅 (cm)  
 $1.660 : 5.87 \times \sqrt{2} / 5.00$

この式と K. Q. Kellicutt 式を簡略化した、Kellicutt - Kawabata 式<sup>2)</sup> とを比較して見ると

$$P_{KK} = 1.3386R_x h^{1/2} (L + W)^{1/3} \dots\dots\dots (5)$$

$P_{KK}$  : 段ボール箱の圧縮強さ (kgf)  
 $R_x$  : 総合リングクラッシュ値 (kgf/6in)  
 (JIS P 8126)  
 $h$  : 段ボールシートの厚さ (cm)

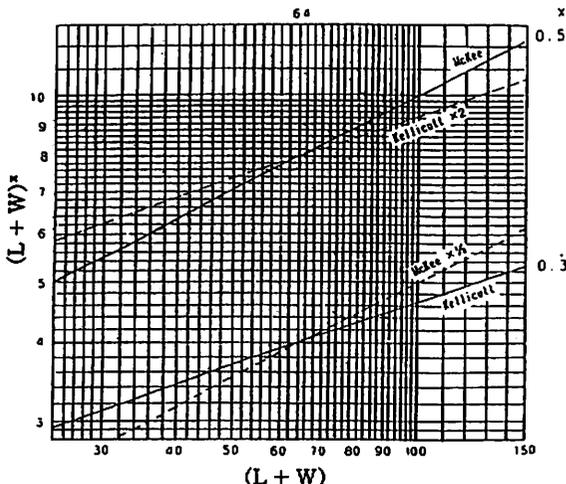


Fig. 1 Difference between indexes 1/2 and 1/3

$L$  : 段ボール箱の長さ (cm)

$W$  : 段ボール箱の幅 (cm)

計算が容易な McKee 式と K - K 式の違いは、段ボール箱の圧縮強さ推定の為の指標が、エッジクラッシュ値 (kgf/50mm) か総合リングクラッシュ値 (kgf/6in) であることと、指数関数の指数が、平方根 (1/2) か立方根 (1/3) であることがわかる。

#### 4. McKee 式形 K - K 式の誘導

K. Q. Kellicutt 式は周辺長の立方根を用いているのに対して、R. C. McKee 式は周辺長の平方根を用いている。

そこで、立方根を平方根に変換する為に、変換係数 ( $k$ ) を使って次式を作った。

$$\sqrt[3]{A} = \sqrt{A} / k \dots\dots\dots (5)$$

これを解くと、 $k = \sqrt[6]{A}$ 、 $k^6 = A$   
 ( $k = 2$ 、 $A = 64$ )  
 ( $k = 3$ 、 $A = 729$ )  
 :

K. Q. Kellicutt 式の  $(L + W)$  が 64cm 付近では、近似的に Kellicutt 式の常数に 1/2 を乗じたら、 $(L + W)$  の立方根は平方根の形に変換する事ができる。

$$P_{KK} = \beta R_x (L + W)^{1/3} \dots\dots\dots (6)$$

$$P_{MK} = 1/2 \beta R_x (L + W)^{1/2} \dots\dots\dots (7)$$

$\beta = 1.3386h^{1/2}$  で置き換えると、次のように表せるわけである。

$$P_{KK} = 1.3386R_x h^{1/2} (L + W)^{1/3} \dots\dots\dots (8)$$

$$P_{MK} = 0.6693R_x h^{1/2} (L + W)^{1/2} \dots\dots\dots (9)$$

全くの偶然ではあるが、市場で使用されている段ボール箱の寸法について見ると、ハンドリング上、取扱い易い寸法が採用され、そ

の  $L + W$  は、概ね 64cm に近い。

つまり、実用的な範囲で  $K - K$  式も McKee 式の変換できる。即ち、 $K - K$  式は  $M - K$  式となり、近似的に McKee 式と同じになるわけである。

$$P_{KK} \doteq P_{MK}$$

### 5. $K - K$ 式の常数 $\beta$ の近似簡略化

一方、 $K - K$  式で用いた常数  $\beta$  を注意深く観察すると、

$$\beta = 1.3386h^{1/2} \text{ だから、近似的には} \\ \beta \doteq 1.3333h^{1/2} \text{ と表せる。}$$

即ち、 $\beta \doteq (4/3) h^{1/2}$  となる。

従って、 $1/2 \beta$  は次式のように、置き換える事ができる。

$$(1/2) \beta \doteq (2/3) h^{1/2} \dots\dots\dots (10)$$

Table 1 Table of constants of flute

Flute	A	B	C	AB
$\alpha$	1.523	1.361	1.447	2.884
$\beta$	0.942	0.772	0.880	1.203
$1/2 \beta$	0.471	0.386	0.440	0.602
New $\beta$	0.94	0.74	0.85	1.20
New $1/2 \beta$	0.47	0.37	0.43	0.60
$h^m$	0.5	0.3	0.4	0.8
$\sqrt{h}$	0.707	0.548	0.632	0.894
$(4/3)\sqrt{h}$	0.943	0.730	0.843	1.193
$(2/3)\sqrt{h}$	0.471	0.365	0.422	0.596

$\alpha$  : Take-up ratio,  $\beta$  : Constant,  $h$  : Thickness of sheet

つまり、 $K - K$  式の常数  $\beta$  は段ボールシートの厚さによって決まる常数で、 $K - K$  式は更に簡略単純化されて、

$$P_{MK} = (2/3) h^{1/2} R_x (L + W)^{1/2} \dots\dots (11)$$

$$P_{MK} = (2/3) R_x [(L + W) h]^{1/2} \dots\dots (12)$$

となる。

### 6. $M - K$ 式形 McKee 式の誘導

McKee 式にライナ選択の機能を持たせるには、圧縮強さの推定指標をエッジクラッシュ値からリングクラッシュ値に変えた、 $K - K$  式形に誘導すれば良い。

フィンランドの FINBORD 社資料<sup>3)</sup> によるとライナの総合リングクラッシュ値の 10% 増しが段ボールシートの垂直圧縮強さ (エッジクラッシュ値) に近い。これを McKee 式に導入すると、

$$P_{Mc} = 1.66 \times 1.1 \times R_x / 6 \times 5 / 2.54 \\ \times R_x [(L + W) h]^{1/2}$$

となり、

$1.66 \times 1.1 \times R_x / 6 \times 5 / 2.54 \doteq 0.6R_x$  であるから、

$$P_{Mc} = (3/5) R_x [(L + W) h]^{1/2} \dots\dots (13)$$

が誘導できる。

### 7. 新しい圧縮強さ推定式

$K. Q. Kellicutt$  式を簡素単純化した式と、 $R. C. McKee$  式を  $M - K$  式形に誘導した式とを比較してみると、

$$P_{MK} = (2/3) R_x [(L + W) h]^{1/2} \dots\dots (14)$$

$$P_{Mc} = (3/5) R_x [(L + W) h]^{1/2} \dots\dots (15)$$

常数が異なるだけで、二つの式は全く同一である。つまり、段ボール箱の  $L + W$  が 64 cm 近辺では、 $K. Q. Kellicutt$  式も  $R. C. McKee$  式も近似的に同じ推定圧縮強さが得られる。

それぞれの常数を較べれば、

Kellicutt式 ..... (2/3) ..... 0.6666666  
 McKee式 ..... (3/5) ..... 0.6  
 McKee式の場合、Kellicutt式の10%低い値が算出される。

Table 2 Table of constants

Equation		Constant
$P_{KMK} = (5/8) R_x [(L+W)h]^{1/2}$		
Kellicutt	2/3	0.666
McKee	3/5	0.6
K-M-K	5/8	0.625

この両式の常数の間の常数0.625、即ち、(5/8)を採用したのが新しい圧縮強さを推定するK-M-K式である。

$$P_{KMK} = (5/8) R_x [(L+W)h]^{1/2} \dots (16)$$

本式を使って推定した段ボール箱の圧縮強

さと実測した相関図 (Fig. 2) に見られるように、Kellicutt式とMcKee式の間で中間の常数ながら、かなり良い相関性を示している。

簡略で計算し易く、ライナの選択が容易な新しい圧縮強さを推定するK-M-K式は実用性の高い推定式である事がわかる。

### 8. おわりに

世界で最も段ボール箱の生産使用量の高い米国では、段ボール箱の圧縮強さを推定式に、McKee式が使われているのに対し、日本ではKellicutt式が使われている。それぞれ特徴のある圧縮強さを推定式ではあるが、両国とも別の式を使っていながら、あまり問題が起こらぬのは、それぞれの式が実用的な寸法範囲(L+W=64cm近辺)内では、その推定圧縮強さに大きな差異が見られないからである。

各国で、或いは各社でいろいろな段ボール箱圧縮強さを推定式が使われているが、複雑な式も多くその割には推定強さに大きな差は見られない。

McKee式とKellicutt式の利点を活かして新しく提案した圧縮強さを推定するK-M-K式は機能的で且つ、√キーを持った電卓で簡単に計算出来る特徴がある。

構成するライナの総合リングクラッシュ値を求め、単純な常数を一つだけ使うだけで、段ボールシートの厚さ(h)と、段ボール箱の長さ(L)、段ボール箱の幅(W)を測定して計算できる。しかも推定精度もかなり高い。

最後に本研究及び発表の機会を与えて頂いたレンゴー株式会社に深く感謝する。

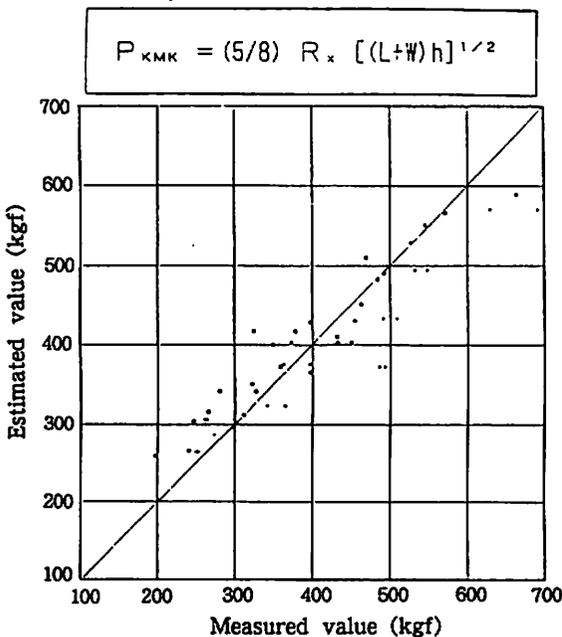


Fig. 2 Correlation between measured and estimated value

