

両表面板に引き離し力が働く段ボール状板の 接合部の弾性応力解析

(接合部の接合状態と応力状態の関係)

松島理* 松島成夫** 新宅勝郎**

Elastic Stress Analysis of Joint of Kraftliner and Semicheical
Corrugating Medium for Corrugated Fiberboard under Separating
Force on Kraftliner Surface
(Stress pattern and connecting pattern)

Satoru MATSUSHIMA*, Shigeo MATSUSHIMA**, Katsurou Shintaku**

An elastic analysis of kraftliner (KL) and semicheical corrugating medium (SCM) for single wall corrugated fiberboard (SCF) under the perpendicular load to the KL surfaces was studied by the finite element method (FEM). Stresses obtained by this method were discussed in the agreement for results induced by the stress formation of the previous paper and for FEM results of the stress concentration at the notch of this KL・SCM joint shape under the tension.

Then following results are obtained. (1) The deformations for KL and SCM are made by the bending of the fixed beam and the stress concentration of notch shape at the KL・SCM joint under the moment induced by the applied load. Ratio of normal stress σ_x of the machining direction to normal stress σ_y of the loading direction is about 1.2 at the near KL・SCM joint. (2) The values of stress components made by the constraint of the geometrical condition for SCF are very small. The values of stresses decrease with the increase of the contact width of KL・SCM joint.

Keywords : Computational mechanics, Structural analysis, Elastic bending, Strength of corrugated fiberboard, Elastic stress analysis, Structure strength, Numerical analysis

両面段ボールの上下クラフト・ライナー (KL) 表面に対し垂直に引離し荷重が働く際の両面段ボールの KL および中芯の応力解析を有限要素法によっておこなった。そして、本応力結果と引離し弾性応力表示の結果および KL・中芯接合部形状切欠け片の引張り変形時の応力状態との比較検討をおこなった。

その結果、次のような結果が得られた。(1) KL および中芯の変形は固定はりの曲げ変形と KL・中芯接合部と同形の応力集中変形との和によって表される。KL・中芯接合部付近の流れ方向の垂直応力 σ_x は引張り荷重方向の応力 σ_y の 1.2 倍程度である。(2) 両面段ボールの幾何学条件に基づく制限による各応力成分の影響は僅かである。KL・中芯接合部の各応力成分の値は接合幅の増加に伴い減少する。

キーワード : 計算力学、構造解析、弾性曲げ、段ボールの強度、弾性応力解析、構造強度、数値解析

* 帝人製機(株)松山工場 (〒791 愛媛県松山市北吉田町77) : Matsuyama Factory, Teijin Seiki, LTD., 77 Kitayoshida-cho, Matsuyama-shi, Ehime, 791 ** 愛媛大学工学部機械工学科 (〒790-77 愛媛県松山市文京町3番) : Department of Mechanical Engineering, Faculty of Technology, Ehime University, 3 Bunkyou-cho, Matsuyama-shi, Ehime, 790-77

1. 緒言

段ボール^{1) 2)}は、素材特性および生産性から見て非常に有用性の高いものであり、包装用箱材として盛んに用いられており、類似したものとして波底を固定した波形鋼板、スレート材および樹脂材の波板の利用が多々見受けられる。そして、特殊なものとして、航空機体（筒形段ボール状）についての研究³⁾がある。そこで、荷重を受ける段ボールの素材、すなわち、クラフト・ライナー（KL）および中芯（SCM）の応力状況を明らかにし、各素材の力学的強度を議論することは、段ボール状板の強度に関する形状設定上からみて重要なことである。そして、段ボールの強度に関するKLおよび中芯の力学的役割を明らかにし、その相違性を議論し、段ボールに関する強度機構を明確にすることは、材料工学上ばかりでなく、構造工学上からも有用なことであると考えられる。

段ボールの強度^{4) 5)}、段ボール箱の強度^{6) ~8)}等に関する実用的研究があり、最近段ボールの反り⁹⁾に関する研究がある。幾何学的条件を基にした段ボールの引張り変形強度機構については、筆者らの研究がある¹⁰⁾。弾性変形については、波板の曲げ剛性に関する研究¹¹⁾があり、筆者らの面圧を受ける段ボール中芯の内部応力等に関する研究¹²⁾、その中芯と波板との内部応力¹³⁾および変位¹⁴⁾の相違等に関する研究があり、中芯の形状を変えた際の応力状態を議論したもの¹⁵⁾がある。さらに、曲げモーメント軸が流れ方向（フルートの流れ方向）にある際の片面¹⁶⁾、両面¹⁷⁾および複両面¹⁸⁾段ボールの弾性曲げ強度の研究もあり、曲げモーメント軸が流れ方向に直角な向きに

ある際の曲げ（流れ方向曲げ）強度に関する基礎的な研究¹⁹⁾がある。一様曲げ変形に伴う圧縮変形時の応力解析²⁰⁾をおこなったものもある。

素材となる波板と表面平板との接合によって段ボール構造が保たれていることより、組合せ構造をなす段ボール状板の強度に関する基本的な規準ともなるものに波板と表面平板との接合部の接合強度が考えられる。したがって、段ボールの接合部の力学的強度を基礎的に明らかにすることは意義あることと考えられる。同時に、このことは段ボール構造に関する工学的立場からみて重要なことである。一方、段ボールの重要な強度試験として段ボールシートの接着強さに関する引離し試験（pin test）がある²¹⁾。さらに、このような引離し変形についての研究として、弾性応力解析に関するものがある²²⁾。しかし、段ボール接合部そのものの強度に関する基礎的な研究は見受けられない。また、この接合部の応力解析は一般の弾性論表示を用いて議論することは困難であると考えられる。

そこで、本報告では、前報^{12) ~17)}の際と同様に、中芯の形状を近似的に正弦波形のものとし、段ボールの構成素材（KL、中芯）を弾性体であるとし、数値解析法として、有限要素法を用い、それによって段ボールの波板（中芯）と表面平板（KL）との接合部付近の弾性応力解析をおこない、その強度の概括を明らかにすることを試みた。さらに、その強度と接合寸法との関係を議論するとともに、前報の弾性応力表示の結果との比較検討をおこなうことをも試みた。

2. 解析方法

まず、有限要素法による組み合わせ構造の応力解析に必要な基本的変形の議論をおこない、つぎに、その弾性応力解析の処方を述べる。

2.1 基本的変形について

段ボールは広い板状のものである。そこで、Fig. 1 (a) に示すように、中芯の高さ中央の位置を原点とし、流れ方向（加工方向）をx方向に、波形の高さ方向をy方向に、x、y方向に直角な方向をz方向にする。その際、両面段ボールのKL面の引離し変形はxy面上に生じ、z方向の変位は零であると考えられ、前報^{19) 20) 22)}の面圧縮およびモーメント軸が流

れ方向にある曲げ変形と同様にz方向変位が零、すなわち、近似的に、平面ひずみ変形であると考えられる。そして、前報²²⁾のように、平面応力と平面ひずみの応力分布との類似性²³⁾により、近似的に、KLおよび中芯の変形は単位幅をもつはりの変形と同様なものであると考える。

両面段ボールの両KLに引離し力がKL紙面に垂直に働く際 (Fig. 1 (a) 参照)、段ボールの周期性および対称性を考慮し、変形域の基本的な範囲を $x = 0 \sim L/4$ であるものと考え (Fig. 1 (b) 参照)。

中芯の形状は、取扱いが簡便で、近似度の高いものとして、Seydel²⁴⁾ にない正弦波形で示す。中芯の高さおよび厚さの中央の位置を原点とし、そして、上述の向き設定に応じ、流れ方向の位置をx、波形の高さ方向の位置をyで示す (Fig. 1 (a) (b) 参照)。すると、中芯の厚さ中心の位置 y_0 および y_0 から厚さ方向に t 距離にある位置 y は

$$y_0 = (h/2) \sin (2 \pi x/L) \dots\dots\dots (1)$$

$$y = y_0 + t \cos \theta \dots\dots\dots (2)$$

で表される。ただし、Lおよびhは中芯の波長および波高であり、 θ は y_0 の接線の向きとx方向とのなす角

$$\theta = \tan^{-1} (dy_0/dx) \dots\dots\dots (3)$$

である。

段ボールの幾何学的構成を考慮すると、前報²²⁾のように、単位幅段ボールのKLおよび中芯は、近似的に、単位幅接合部に垂直荷重W、水平荷重 W_{so} が働き、そしてそれぞれに固定モーメント M_{so} 、 M_{ko} が働く際の両端固定の真直はりおよび曲がりはりと同様な変形をするものと考えられる (Fig. 1 (b) 参照)。

上述のように、中芯およびKLの基本域はx

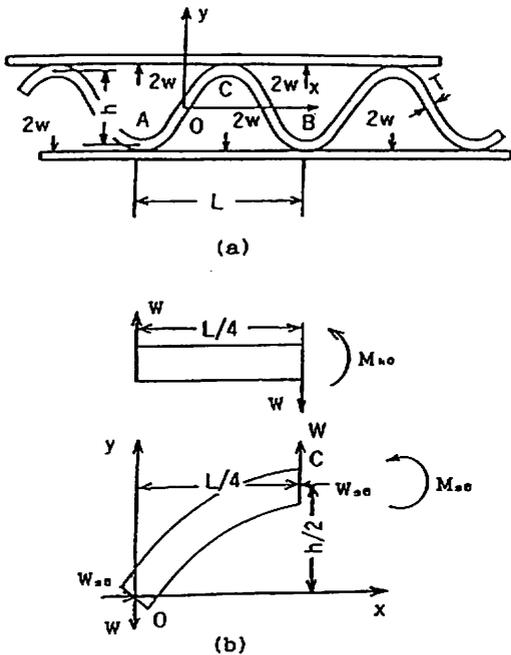


Fig. 1 Corrugated fiberboard under pin test and coordinate
 (a) Applied load (separation load) W and corrugated fiberboard
 (b) Fundamental range and actions

= $0 \sim L/4$ で表すことができるものと考え、中芯の拘束条件は $x = 0 \sim L/4$ 間ののびが零、 $x = L/4$ の位置は固定され、その傾き i も零であると考えられ、集中荷重は $x = 0$ および $x = L/4$ の位置に下上向きに W が働き、流れ方向に沿ってすなわち左右に W_{so} が働いているものと考えられる。また、KLの拘束条件は、接合部では中芯の変位形状と同様であることにより、 $x = 0 \sim L/4$ 間ののびが零、 $x = L/4$ で傾き i が零であり、両位置に上下向きの集中荷重 W が働いているものと考えられる。

2.2 応力解析について

段ボール材の形状は、実用段ボール²⁶⁾ に合わせ、中芯の厚さ $T_s = 0.30\text{mm}$ 、波高 $h_s = 4.6\text{mm}$ および波長 $L_s = 9.2\text{mm}$ 、KLの厚さ $T_k = 0.30\text{mm}$ とし、接合部の半幅 $\Delta b = 0.1 \sim 0.5\text{mm}$ のものを議論する。

前節で、KLは平板、中芯は正弦波形であると考えた。すると、この形を保持する際、Fig. 2 (a) に斜線で示すように、接合部幅一帯に中芯とKLとの重複域が生じるものと考えられる。そこで、この中芯とKLとの重複域には、中芯の素材はないものとする。すなわち、KLの素材のみによって満たされているものとする。

本解析に用いる要素は8節点4角形要素(要素数40程度)または3角形要素(要素数は300程度)にし、その形状設定はFig. 2 (b) のようにした。上述の基本的変形状態に基づき、KL引離し変形の幾何学的条件による拘束条件を、 $x = 0$ および $x = L/4$ の位置のKLの断面 O' および C' の x 方向の変位を零、原点 O の x 、 y 方向の変位も零であるとした。そ

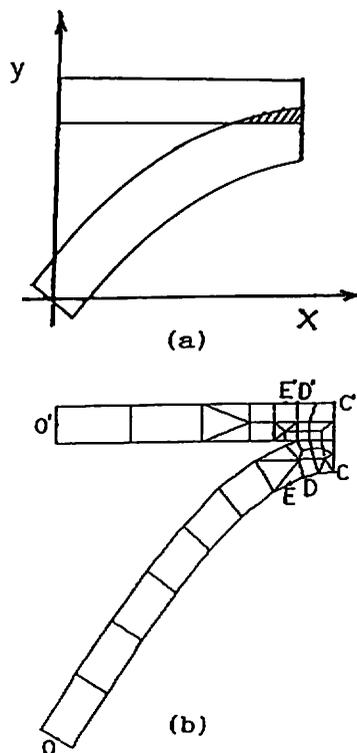


Fig. 2 Element of fundamental range for fiberboard
(a) Materials of KL and SCM elements at KL-SCM joint
(b) Elements of FEM (in joint width $\Delta b = 0.3\text{mm}$)

して、荷重 W は作用点を O' とし、その向きを y 方向にした。用いた弾性有限要素プログラムは日本機械学会提供のCAIプログラム(プログラムFD: serial No.000191)である。

段ボール原紙の縦弾性係数は、KL²⁶⁾ については縦方向が $6.28 \times 10^9\text{N/mm}^2$ 、横方向が $2.42 \times 10^9\text{N/mm}^2$ 、中芯²⁷⁾ については縦方向が $2.2 \sim 2.9 \times 10^9\text{N/mm}^2$ 、横方向が $1.1 \sim 1.3 \times 10^9\text{N/mm}^2$ であるとされている。このことより、便宜上、中芯およびKLの縦弾性係数を $E_s = 5.60 \times 10^9\text{N/mm}^2$ および $E_k = 2.80 \times 10^9\text{N/mm}^2$ とし、中芯およびKLのポアソン比を $\nu_s = 0.2$ および $\nu_k = 0.2$ 、荷重を $W = 1$ ($\mu\text{N/mm}$) とした。

3. 解析結果と考察

3.1 接合幅が異なる際の応力状況

引き離し力が働く際の応力状況の概括を議論する。

$\Delta b = 0.3\text{mm}$ 、 $W = 1\text{N/mm}$ についての垂直応力 σ_x 、 σ_y せん断応力 τ_{xy} および相当応力 σ_{eq} の応力分布状況を有限要素法によって求め、それをFig. 3 (a)~(d)に示す。さらに、KL・中芯接合部付近の詳細をFig. 4 (a)~(d)に示す。図より、 σ_{eq} はKLの外表面および接合部の表面が非常に大きくなるよう

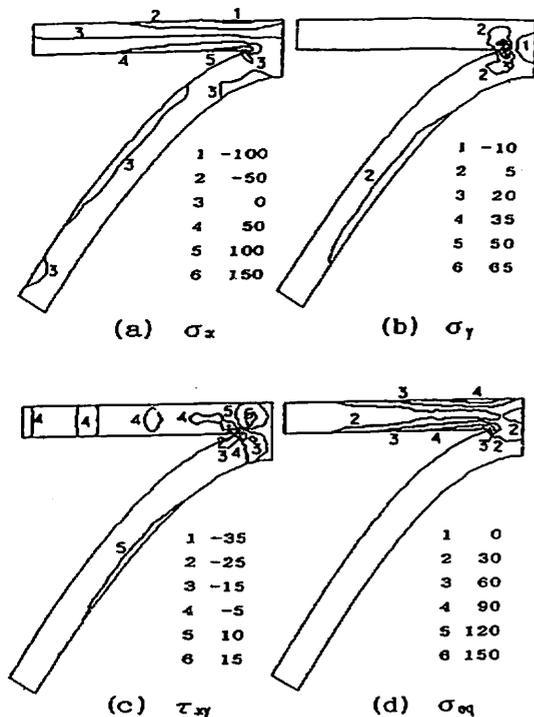


Fig. 3 Distribution patterns for normal stresses σ_x and σ_y of machine and applied load directions, shear stress τ_{xy} and equivalent stress σ_{eq} in joint width $\Delta b = 0.3\text{mm}$. Numerical values after number 1~6 are stresses of unit N/m^2 .
 (a) Pattern of σ_x (b) Pattern of σ_y
 (c) Pattern of τ_{xy} (d) Pattern of σ_{eq}

に、 σ_x はKL外表面が圧縮、接触側が引張りとなるように、 σ_y は接合端に最大値が生じるように分布することがわかる。また、 σ_x および σ_y は接合端が最も大きくなるように分布し、 τ_{xy} も接合端付近に集中し、複雑に変化する。そして、 τ_{xy} の絶対値は他の応力に比べ非常に小さい。KLの $|\sigma_x|$ は σ_{eq} にほぼ等しいことがわかる。

単なるはりの曲げ変形ではKLの σ_y は生じないものとされているが、接合部のKLおよび中芯の σ_y は σ_x の8割程度の大ききで生じる。このことより、接合部付近に切欠け形状による応力集中が生じるものと考えられる。したがって、接合部付近の応力は近似的に曲げ変形によるものと切欠け変形によるものと和であると考えられる。

接合部の半幅 $\Delta b = 0.1 \sim 0.5\text{mm}$ における

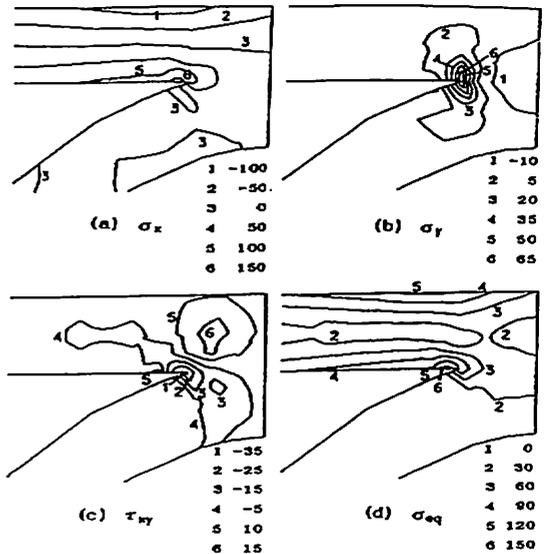


Fig. 4 Stress distributions about KL・SCM joint under load W in joint width $\Delta b = 0.3\text{mm}$. Numerical values after number 1~6 are stresses of unit N/m^2 .
 (a) Pattern of σ_x (b) Pattern of σ_y
 (c) Pattern of τ_{xy} (d) Pattern of σ_{eq}

KL・中芯接触部表面の σ_x および σ_y と接触部の位置 b_x (KL・中芯の接合端からの距離 x_0 との比= $x_0/\Delta b$) との関係を図5 (a)、(b)に、 τ_{xy} および σ_{∞} と b_x との関係を図6 (a)、(b)に示す。図より、 σ_x および σ_{∞} はほぼ等しくなることが、また Δb の増加に伴って、 σ_x および σ_{∞} は減少する傾向を示すことがわかる。 σ_y は Δb によらずほぼ一定の値をとるが、 $|\tau_{xy}|$ は σ_x および σ_{∞} の際と同様に Δb の増加によって減少することがわかる。

同図より、 σ_x 、 σ_{∞} および $|\tau_{xy}|$ は b_x の

増加によって大きく減少する傾向を示すことがわかる。 σ_y は、 Δb の小さい域では b_x の増加に伴って単調に減少するが、 Δb が大きくなると b_x の増加に伴って減少した後、緩やかに増加することがわかる。

負荷部に生じる応力は集中荷重の影響によるものであり、結合部付近の応力の相違はKL・中芯の接合によって生じる切欠け形状の発生に基づくものであると考えられる。そして、 $x=L/4$ における接合部の厚さは T_s+T_k でほぼ2倍となり、接合の条件等の寄与によ

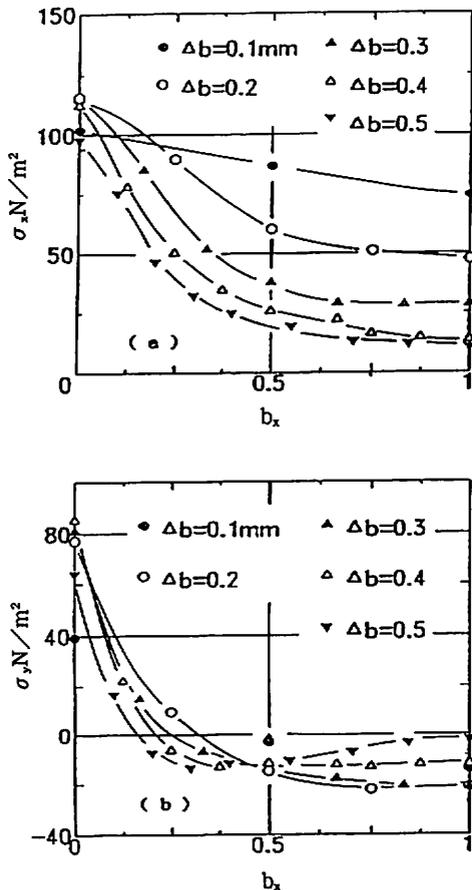


Fig. 5 Relationships between σ_x , σ_y and joint position b_x on joint plane
(a) Relationship between σ_x and b_x
(b) Relationship between σ_y and b_x

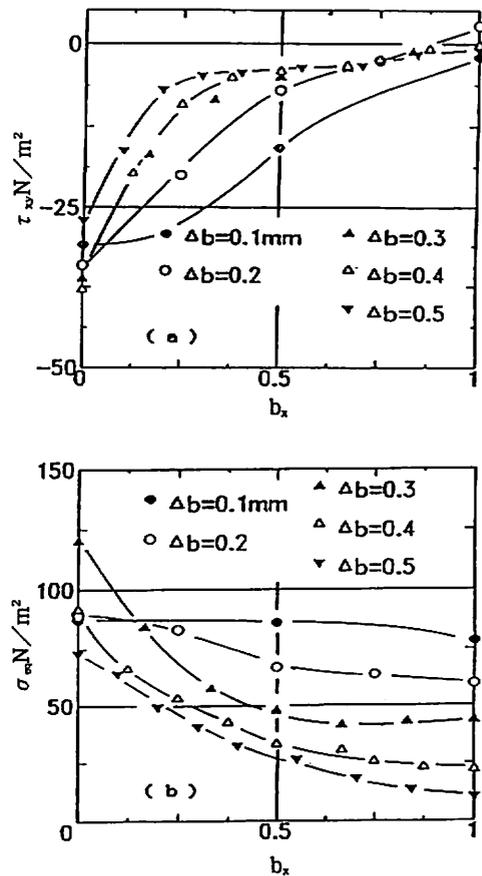


Fig. 6 Relationships between τ_{xy} , σ_{∞} and joint position b_x on joint plane
(a) Relationship between τ_{xy} and b_x
(b) Relationship between σ_{∞} and b_x

ってその部分の応力は非常に小さくなる
 がわかる。

3.2 はりの曲げの結果との比較

有限要素法によって求めた応力と前報の近
 似弾性解析表示²²⁾ (付記A1、2の (A1~3、
 8)) の結果との比較をおこなうために、付記
 A1、2の応力変換表示 (A4~7、8)²⁸⁾ によ
 ってxおよびy方向の垂直応力 σ_x 、 σ_y 、せん
 断応力 τ_{xy} および相当応力 σ_{eq} を求めた。この

ようにして求めたものと本有限要素法によ
 って求めたものとを中芯の位置 $t = \pm T_s/2$ お
 よび $t = \pm T_k/2$ の σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} および σ_{eq}
 とxとの関係で示したものがFig. 7 (a)、(b)
 およびFig. 8 (a)、(b) であり、KLの σ_x
 を示したものがFig. 9である。

図より、負荷部付近および結合部付近以
 外の位置の応力の値は有限要素法によ
 って求めたものとほぼ合致しているが、結
 合部付近では大きく異なっていることがわ
 かる。そし

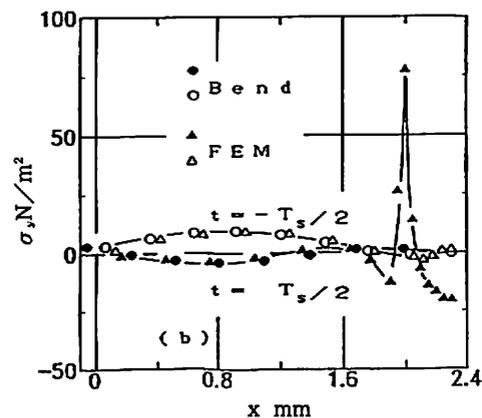
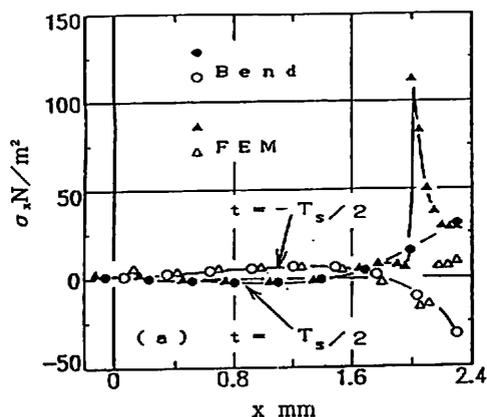


Fig. 7 Relationships between σ_x , σ_y and position x of thickness positions $t = \pm T_s/2$ for SCM. T_s is thickness of SCM.
 (a) Relationship between σ_x and x
 (b) Relationship between σ_y and x

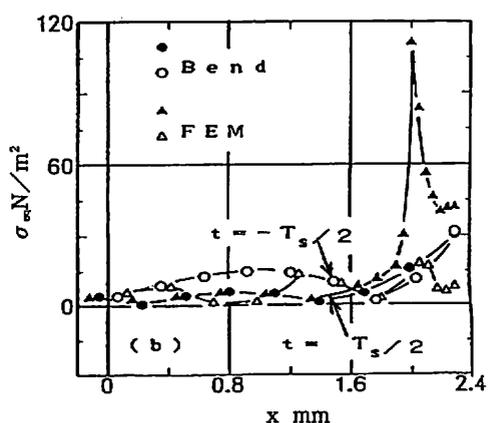
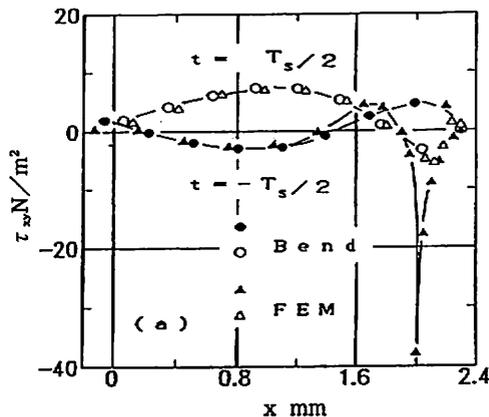


Fig. 8 Relationships between τ_{xy} , σ_{eq} and position x of thickness positions $t = \pm T_s/2$ for SCM
 (a) Relationship between τ_{xy} and x
 (b) Relationship between σ_{eq} and x

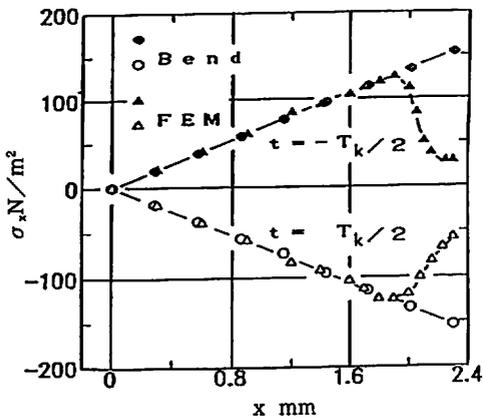


Fig. 9 Relationships between σ_x and position x of thickness positions $t = \pm T_k/2$ for KL. T_k is thickness of KL.

て、接合部端付近では中芯の σ_x 、 σ_y およびKLの σ_x の絶対値が非常に大きく生じるところがある。

3.3 応力集中と作用

3.1で、接合部付近の応力は、近似的に、曲げ変形と切欠け変形によるものとの和となる状態で表せるものと考えた。そこで、同形状の接合部の中芯の下表面およびKLの上表面($x = 2.0 \sim 2.3 \text{ mm}$)すなわちFig. 2の要素DCおよびD'C'の部分に一樣な引離し力(全荷重 $4W$)が働く際の応力状況を求めた。その際の応力状況を示したものがFig. 10である。図より、各応力の値はFig. 4のものと同様に接合部端で非常に大きくなるのがわかる。しかし、応力の分布状況はFig. 4のものとは大きく異なるところがあり、本変形は単なる引離し変形と大きく異なることがわかる。特に、本図の接合部の σ_y の値は $10 \sim 25 \text{ N/m}^2$ 、Fig. 4の σ_y の値は $-10 \sim 65 \text{ N/m}^2$ であり、Fig. 10の σ_y の値の変化は非常に緩やかであることがわかる。したがって、接合部付近の

応力は、Fig. 10に示すような引張りによる変形の応力分布とは異なるものと考えられる。

そこで、この相違を議論するために、Fig. 10の際と同様な部材および要素の形状を用い、中芯およびKLの $x = (L/4 - 0.38) \text{ mm}$ の位置すなわちFig. 2のEの位置に下方向荷重 W およびKLのE'の位置に上方向荷重 W の荷重を働かせ、荷重によるモーメントの軸がKL面および接合部に沿うようにした際に生じる応力状況を求めた。その際の応力分布状態をFig. 11に示す。

Fig. 11をFig. 4と比較すると、その応力値の大きさおよび分布の様子は曲げモーメントおよび全体的変形領域が異なるため幾分異なるが、接合部付近の応力分布の状況およびその値の大きさはFig. 10の際のものより、Fig. 4に類似している。このことより、接合部付近の大きな応力の分布は曲げモーメント下で生じた応力集中が加わり生じたものと考えられる。したがって、Fig. 12 (a)、(b)に示すような一樣分布荷重がKL・中芯接合面のKLおよび中芯に働くのではなく、Fig. 12 (c)、(d)に示すような集中荷重分布、すなわち、モーメントの働きに基づく変形下における応力集中が生じ、加わったものであると考えられる。

4. 結 言

両外表面に引離し荷重が働く際の段ボール形状板の波板(中芯:厚さ $= 0.30 \text{ m}$ 、波長 $L = 9.2 \text{ mm}$ 、波高 $h = 4.6 \text{ mm}$)・平板(KL:厚さ $= 0.30 \text{ mm}$)接触部の応力を有限要素法によって求め、接触部の接合状況による影響を議

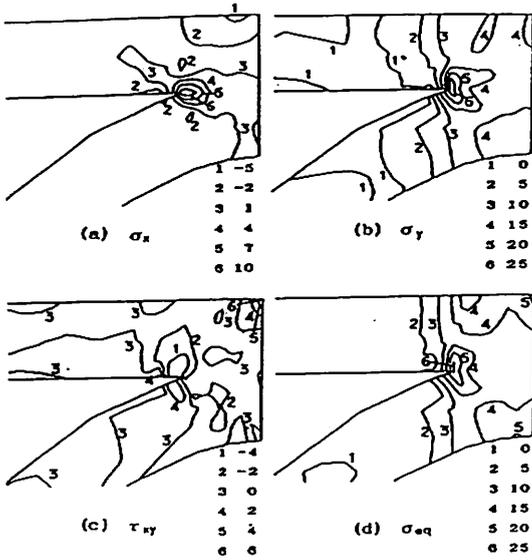


Fig. 10 Stress distributions about KL·SCM joint of joint width $\Delta b = 0.3\text{mm}$ under uniform tension of load $4w$. Numerical values after number 1~6 are stresses of unit N/m^2 .
 (a) Pattern of σ_x (b) Pattern of σ_y
 (c) Pattern of τ_{xy} (d) Pattern of σ_{eq}

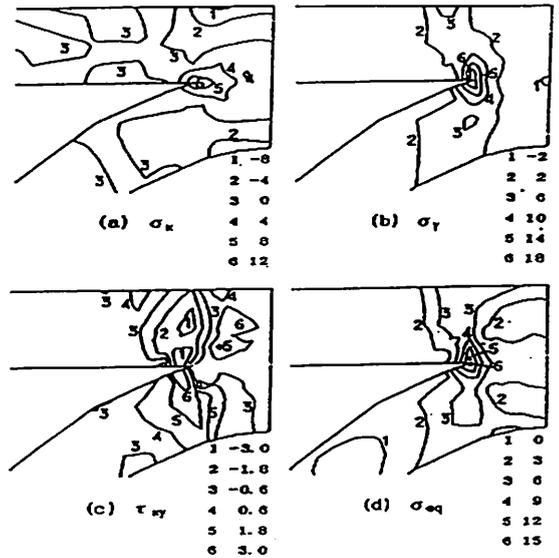


Fig. 11 Stress distributions about KL·SCM joint of joint width $\Delta b = 0.3\text{mm}$ under moment made by tension load $4W$ applied at points E and E' as shown in Fig.2. Numerical values after number 1~6 are stresses of unit N/m^2 .
 (a) Pattern of σ_x (b) Pattern of σ_y
 (c) Pattern of τ_{xy} (d) Pattern of σ_{eq}

論した。その結果、次のようなことがわかった。

(1) 流れ方向の垂直応力 σ_x 、波板の波高方向の垂直応力 σ_y 、せん断応力 τ_{xy} および相当応力 σ_{eq} の最大値は接合部の接合端に生じる。そして、接合端からの距離の増加に伴って、 σ_x 、 τ_{xy} および σ_{eq} の絶対値は減少する。しかし、 σ_y は接合部が大きくなると単純に減少せず、減少後弱い増加を示す。

(2) σ_x と σ_{eq} の絶対値の大きさは同程度であり、 τ_{xy} は σ_x と σ_{eq} に比べ非常に小さい。そして、外表面側の σ_x の値は負値、接触部側の値は正値である。

(3) 接合面の半幅 Δb が大きくなると、 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} および σ_{eq} の絶対値は減少する傾向

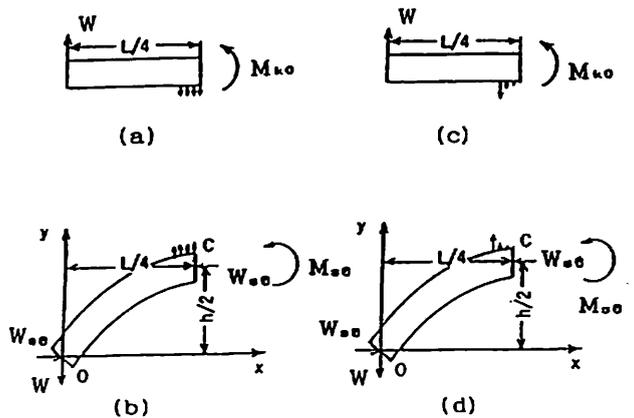


Fig. 12 Normal stress distributions on joint plane
 (a) Uniform distribution of KL
 (b) Uniform distribution of SCM
 (c) No uniform distribution of KL
 (d) No uniform distribution of SCM

を示す。しかし、 σ_y の値の変化は Δb によらずほぼ一定の値を示す。

(4) KLおよび中芯の σ_y は σ_x の8割程度の大きさである。 σ_y は、曲げ応力下における接合部付近の切欠け形状に基づく応力集中によって生じる。

(5) Δb が大きくなると、応力状態は、接合部付近に生じる曲げ応力の状態とは異なる域が拡大する。そして、各応力成分の絶対値は小さくなり、 Δb の増加による接合材当たりの強度効果は大きくなる。

(6) 接合部の変形はモーメントの働きによる変形下の応力集中と曲げ変形下に生じる応力との和として表される。

段ボール状板の接合部の応力解析をおこない、その強度を議論したものは、段ボールの強度の算定に当たっての有意義な資料となるものと思われる。そして、段ボール接合部の応力状況と段ボール形状および素材特性との関係についての議論は未だなされていないようである。したがって、段ボール接合部の応力状況と段ボール形状および素材特性との関係を議論した本研究の結果は段ボール工学および構造工学上意義あるものと考えられる。

<引用文献>

- 1) たとえば、段ボール実用百科編集委員会、“段ボール実用百科”、一律書房、p.21 (1970)
- 2) レンゴー株式会社、“段ボール技術”、包装新聞社、p.16 (1971)
- 3) たとえば、渋谷敏、航空学会誌、7 (61), 393 (1940), 8 (71), 267 (1941). 林毅、航空学会誌、8 (79), 1131 (1941)
- 4) たとえば、1) の p.537 ; (2) の p.310
- 5) J. W. Koning Jr. and R. Stern, Tappi, 60 (12), 128 (1977)
- 6) たとえば、1) の p.548 ; 2) の p.316
- 7) たとえば、紙業タイムス社、“新・紙加工便覧”、紙業タイムス社、p.797 (1980)
- 8) G. G. Maltenfort, Tappi, 53 (11), 1076 (1970). P. Grartaganis, Tappi, 58 (11), 102 (1975). R. M. Morris Jr. and G. P. Vallow, Tappi, 58 (11), 110 (1975)
- 9) 石淵浩、木村稔、吉沢昭宜、佐久田博司、吉谷豊、機論、59 (557), 156 (1993)
- 10) 松島成夫、奥田隆宏、宮内治、野沢光治、紙パ技協誌、36 (3), 377 (1982)
- 11) S. P. Timoshenko and S. Woinowsky Krieger, “Theory of Plates and Shells”, McGraw-Hill Co., p.366 (1959)
- 12) 松島成夫、矢野忠、松島晟、紙パ技協誌、42 (5), 480 (1988)
- 13) 松島成夫、矢野忠、松島晟、紙パ技協誌、43 (6), 602 (1989)
- 14) 松島成夫、矢野忠、松島晟、紙パ技協誌、44 (5), 605 (1990)
- 15) 松島成夫、矢野忠、上田康、松島理、紙パ技協誌、47 (10), 1263 (1993). 松島理、松島成夫、矢野忠、紙パ技協誌、48 (8), 1068 (1994). 松島理、松島成夫、日本包装学会誌、5 (2), 107 (1996)
- 16) 松島成夫、矢野忠、松島理、紙パ技協誌、47 (4), 517 (1993)
- 17) 松島成夫、矢野忠、松島晟、横田俊昭、紙パ技協誌、45 (4), 480 (1991)
- 18) 松島成夫、矢野忠、松島晟、横田俊昭、紙パ技協誌、46 (5), 668 (1992)
- 19) 松島理、松島成夫、日本機械学会論文集、60 (A576), 2000 (1994). 松島理、松島成夫、日本機械学会論文集、61 (A587), 1601 (1995)
- 20) 松島理、松島成夫、Jn. J. Appl. Phys. 35 (Part 1,2A), 786 (1996)

- 21) たとえば、紙パルプ協会編、“紙パルプの種類とその試験法”、p.381 (1986)、紙パルプ協会、p.381 (1986)
- 22) 松島理、松島成夫、紙パ技協誌、50 (4), 707 (1996)
- 23) たとえば、清家政一郎、“材料力学”、共立出版、p.23 (1978)
- 24) S. Timoshenko and Woinowsky-Kreiger S., “Theory of Plates and Shells”, McGraw-Hill, p.366 (1959)
- 25) 例え、紙業タイムス社編、“新・紙加工便覧”、紙業タイムス社、p.789 (1980)
- 26) Alean. R. Jones, Tappi, 51 (5), 203 (1968)
- 27) 1) の p.126
- 28) 例え、倉西正嗣、“応用弾性学”、共立出版立、p.105 (1966)

付 記

A1. 前報²²⁾ の弾性変形解析によると、中芯の曲げ応力 σ_s は

$$\sigma_s = \frac{1}{T_s} \left[N_s + \frac{M_s}{\rho} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \left(\frac{t}{\rho + t} \right) \right] \dots\dots\dots (A1)$$

$$N_s = W_{s0} \cos \theta - W \sin \theta$$

$$M_s = W_{s0} y_0 - Wx$$

で表され、 ρ および k は位置 y_0 の曲率半径および曲がりはりの断面係数である。

両面段ボールの両 KL の厚さ方向の引離し力に基づく段ボール中芯の W_{s0} は、近似的に $W_{s0} = (-A/B) \dots\dots\dots (A2)$

で表される。ただし、 A および B は

$$A = \left[\int_{x=0}^{x=L/4} \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \cos \phi \, d\phi \right] + \left[\int_{x=0}^{x=L/4} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \frac{y_0}{\rho} \, d\phi \right]$$

$$B = \left[\int_{x=0}^{x=L/4} \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \sin \phi \, d\phi \right] + \left[\int_{x=0}^{x=L/4} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \left(\frac{h}{2} - y_0 \right) \frac{x}{\rho} \, d\phi \right]$$

である。ただし、 ϕ は $\pi/2 - \theta$ である。

KL の曲げ応力 σ_k は

$$\sigma_k = M_k / I_k \dots\dots\dots (A3)$$

$$M_k = -Wx/2 \quad I_k = T_k^3/12$$

で表される。

A2. 平面ひずみ状態における x 、 y 方向の垂直応力 σ_x 、 σ_y およびせん断応力 τ_{xy} と中芯および KL の曲げ応力 σ およびそれに応じたせん断応力 τ との関係は各

$$\sigma_x = \sigma \cos^2 \theta + \tau \sin (2\theta) \dots\dots\dots (A4)$$

$$\sigma_y = \sigma \sin^2 \theta - \tau \sin (2\theta) \dots\dots\dots (A5)$$

$$\tau_{xy} = \tau \cos^2 \theta \dots\dots\dots (A6)$$

で、定義に基づき相当応力 σ_{eq} は

$$\sigma_{eq} = (\sigma^2 + 4\tau^2)^{1/2} \dots\dots\dots (A7)$$

で表される。

θ は中芯および KL のせん断応力で

$$\tau = (W/T) (T-t)^2 \cos \theta \dots\dots\dots (A8)$$

で表される。ただし、 T は中芯または KL の厚さであり、 θ は中芯または KL の厚さ中央位置の位置の接線と x 方向とのなす角である。

(原稿受付 1996年3月13日)

(審査受理 1996年5月23日)