

一般論文

パレット積付け段ボール箱の圧縮強度解析

小林 孝男 *

Compressive Strength Analysis of Palletized Cardboard Boxes

Takao KOBAYASHI*

段ボール箱は輸送や保管の際にパレットに段積みされて使用されるが、最も大きな荷重が加わる最下段の箱が座屈したり潰れたりする場合がある。荷崩れを防止する観点から、実際の現場では様々な積付けパターンが経験的に考案されている。そこで、有限要素解析による箱圧縮シミュレーションを用いて、パレット積付け時の強度発現メカニズムについて理論的に考察した。主応力分布より、段ボール箱は4本の縦稜線で荷重を支えていることが判明、パレットからのはみ出しがあると、強度低下を招くだけでなく、段積みした箱が傾き荷崩れに至る。積付けパターンでは、荷重が均等に分散される棒積みが強度的に最も優れるものの荷崩れしやすく、ピンホイール積みなどは強度が劣るが荷崩れの抑制が期待できることを示した。また、段積みした箱の上下間の接触面における角部の位置関係を分類することで、各積付けパターンにおける箱圧縮強度を推定する簡便な式を考案した。

Corrugated cardboard boxes are used by stacking them on pallets during transportation and storage, but the bottom box, which receives the largest load, may buckle or collapse. From the viewpoint of preventing load shifting, various pallet stacking patterns have been empirically devised. Therefore, we theoretically considered the mechanism of strength expression during pallet loading using box compression simulation by finite element analysis. From the principal stress distribution, it was found that the cardboard box supports the load with four vertical ridges. If there is overhang from the pallet, not only will the strength decrease, but the stacked boxes will tilt and the load will collapse. It was shown that the block pattern, in which the load is evenly distributed, is the best in terms of strength, but the load collapses easily, and the pinwheel pattern, is inferior in strength but can be expected to suppress the load shifting. In addition, we devised a simple formula to estimate the box compressive strength in each stacking pattern by classifying the positional relationship of the corners on the contact surface between the top and bottom of the stacked boxes.

キーワード：段ボール、箱圧縮強度、パレット、有限要素法、積付けパターン

Keywords：Cardboard box, Box compressive strength, pallet, finite element method, stacking pattern

* 王子ホールディングス株式会社, Oji Holdings Corporation 〒135-8558 東京都江東区東雲 1-10-6
1-10-6 Shinonome, Koto-ku, Tokyo 135-8558, Japan
TEL: : 070-2634-9075, Email: kobayashi5takao@oji-gr.com

1. 緒言

一般に、段ボール箱は積み重ねて使用されることが多く、箱の内容物の重量も加わることで最下段の箱には相当の荷重が負荷されることになる。この荷重に耐えられなければ、箱が潰れて見栄えが悪くなったり、内容物が破損したりするだけでなく、荷崩れを起こす危険性もある。そのため、箱圧縮試験によって測定される箱圧縮強度は、箱の潰れにくさの指標として重要品質のひとつとなっている。

また、輸送や保管の際にはパレット上に段積みされるが、積付け方法や積付け時のズレなどによって、段ボール箱が座屈したり潰れたりする場合がある。特に重大な問題である荷崩れを防止する観点から、実際の現場ではピンホイール積みなど様々な積付けパターンが考案されているものの、棒積みより箱圧縮強度が劣る難点がある。過去には、段積みされた段ボール箱の重なりを考慮して圧縮強度の推定式を検討した報告がある¹⁾。

箱圧縮強度をシミュレーションによって事前に予測することができれば、実験と試作の繰り返しを排除し、新製品開発の期間短縮にもつながる。シミュレーションによる箱圧縮強度の予測法としては、数学モデルの解法により解析解（厳密解）と数値解（近似解）が考えられるが、現象が偏微分方程式で表される場合が多いため解析的に解けることは稀で、一般的には有限要素法などの数値シミュレーションが有効となる。有限要素解析を用いて段ボールの箱圧縮強度を予測する手法を開発し、実測結果との比較で検証した研究も報告されている^{2,3,4)}。

今回、非線形有限要素解析シミュレーションの手法を段ボール箱の圧縮強度解析に適用し、パレット積付け時の強度発現メカニズムについて考察を行った。

2. 計算方法

実際に段積みされて箱に圧縮荷重が負荷される場合、落下衝撃試験とは異なり、ひずみ速度は十分に遅く準静的な現象と見なすことができるので、慣性力（加速度）の影響は無視して差し支えないと考えられる。よって、本報では動解析ではなく静解析を適用した。なお、全ての計算には、汎用非線形有限要素解析プログラム Marc（エムエスシーソフトウェア社製）を用いた。

2.1 段ボールシートのモデル化

段ボールはライナーと段（フルート）形状の中芯から成る 3 次元構造体であり、特に野線折り曲げ部などは中芯の段が潰れるなど幾何学的に複雑な構造となっている。そのため、段ボール箱のシミュレーションにおいては、段ボールシートの詳細なモデル化はモデルの規模が膨大となるため、計算コスト（容量、解析時間）の観点からも現実的ではないと考えられる。そこで、本解析では段ボールシートを簡略化した 1 枚板で近似できると仮定し、薄板状の要素であるシェル要素を用いて 3 次元での箱のモデル化を行った。

段ボールシートを 1 枚板で近似する手法の妥当性については、すでに既往の研究²⁾で報告されている。その文献では、実際に段ボールを実測した結果と比較して、箱圧縮強度や座屈モードがシェル要素を用いた解析モデル

で予測できることを示しており、本報における計算方法はこれに基づいている。

箱圧縮強度には段ボールシートの垂直圧縮強度が支配的な要因として効いてくるため、シート物性には段ボールシート（段種：A フルート）の垂直圧縮試験（試験片：JIS B 法）のデータを、シミュレーション用の入力データに変換したものを使用した。入力データに用いた応力-ひずみ曲線を Fig.1 に示す。ここでは、材料特性として弾塑性を考慮し、塑性域を複数の直線で近似する多直線近似を用いた。Fig.1 における各ひずみ-応力ポイントを Table 1 のように定義し、シートの厚さは 5.15mm、ヤング率は 288.8MPa、ポアソン比は 0.3 と設定した。

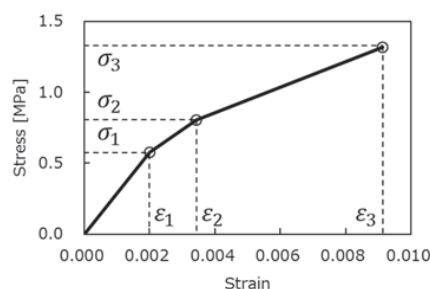


Fig.1 Stress-strain curve of corrugated board sheet in edge crush test used in analysis

Table1 Strain-stress points in multilinear plasticity

i	ϵ_i	σ_i [MPa]
1	0.0020	0.5777
2	0.0034	0.8022
3	0.0091	1.3194

2.2 箱のモデル化と境界条件

段ボール箱については A 式段ボール（寸法：長さ 480×幅 320×高さ 320mm）の空箱を想定し、箱を模した直方体の有限要素モデルを作成した（要素数：952）。パレットは平板状の剛体でモデル化し、接触解析機能を用

いて箱をパレット上に 3 段積み上げ、境界条件として最上段の箱に重力荷重に相当する体積分布荷重を付与した。なお、本解析では接触による拘束が期待できるため、あえて節点を拘束する境界条件を与える必要はない。例として、Fig.2 に面数 1、段数 3 の場合の解析モデルを示す。

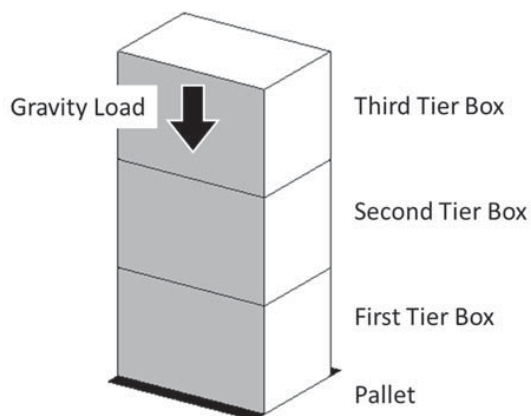


Fig.2 3-Dimensional analytical model

2.3 箱圧縮強度の推定

荷重を離散的に漸増させながら負荷し、最下段の箱が潰れた時点での箱単体あたりの荷重値を段積み時の箱圧縮強度として算出した。

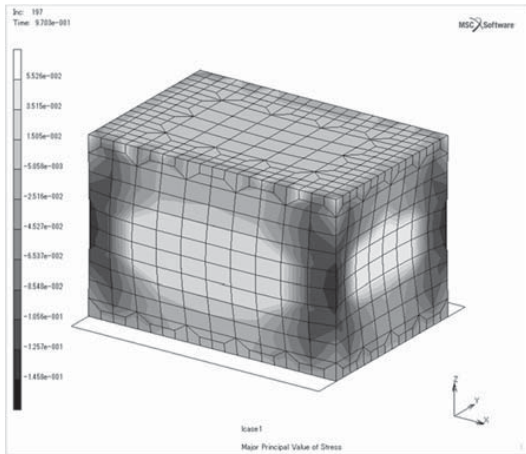
3. シミュレーション結果と考察

3.1 箱圧縮強度の発現機構

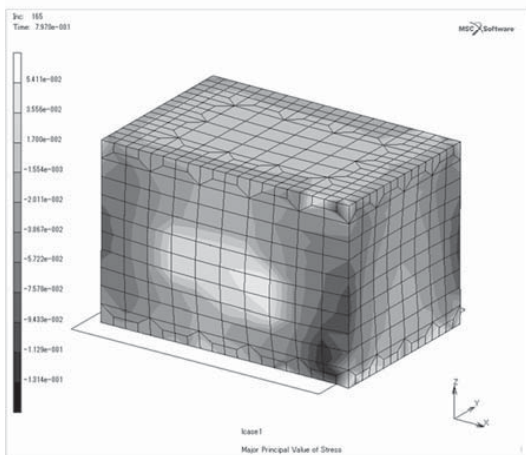
面数 1 の棒積みの場合について、潰れる直前の最下段の箱に発生した主応力分布のコンター図と変形形状を Fig.3、箱が潰れた後の座屈形状を Fig.4 に示す。ここでは、パレットからはみ出し（オーバーハング）の有無の違いについても比較を行い、はみ出す場合は長さ方向に長さの 5%のはみ出しを考慮した。主応力分布では、色が白いほど引張、黒いほど圧縮の応力が顕著であることを表す。

まず、はみ出しのない場合について見ると、**Fig.3(a)**では箱の側面に半波長の座屈が生じており、長さ面は外側に凸、幅面は内側に凹となっているが、これがエネルギー的に最も安定な座屈モードと考えられる。

箱側面の中央は、面外方向に曲がることによって若干の引張応力となっていることがわかる。また、縦罫線の近傍では箱の高さ方向に大きな圧縮応力を生じていることから、荷重が負荷された段ボール箱は主に 4 本の縦罫線（縦方向の稜線）で荷重を支えていると理解される。

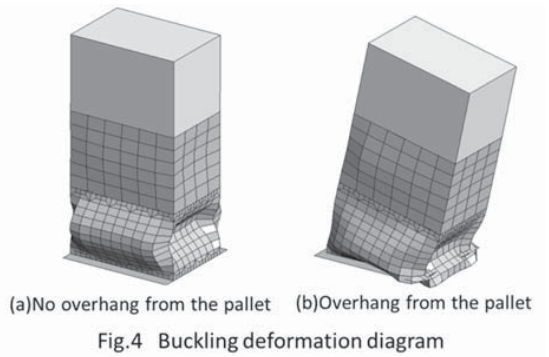


(a)No overhang from the pallet



(b)Overhang from the pallet

Fig.3 Principal stress distribution



座屈後の形状について **Fig.4(a)**を見ると、最下段の箱は鉛直方向に真っ直ぐ潰れている。圧縮荷重に耐え切れなくなった縦稜線が大きく曲がり、箱の側面が折り畳まれるように座屈する様子が観察される。

一方、はみ出しを考慮した場合について見ると、**Fig.3(b)**の応力分布ではパレットから外れた縦稜線は荷重を支えられず、パレット端と交差する底面の横稜線上の交点付近に応力集中を生じている。**Fig.4(b)**の座屈形状では、そこを起点として崩れ落ちるように箱が潰れることで、段積みした箱が横に倒れながらはみ出した側への傾斜を生じる結果となった。

次に、箱圧縮強度の解析結果を **Fig.5** に示す。ここでは、積付けパターンの違いによる比較（面数 1 および 4 の棒積み、面数 4 のピンホール積み）と、パレットからの はみ出しの有無による比較を行った。はみ出し量は長さの 5% で、 m は面数を表す。なお、強度については、面数 1 の場合の値で除して 1 箱あたりの強度に換算した相対値となっている。**Fig.4** の事例における箱圧縮強度は、はみ出しが無い場合と比較し、はみ出した場合は 2 割程の低下が見られた。

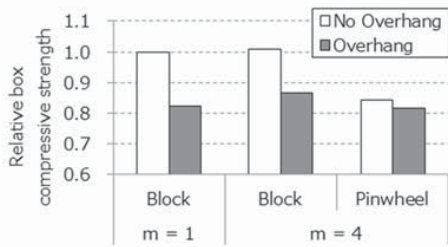


Fig.5 Comparison of box compressive strength for different pallet stacking patterns (m = number of boxes per layer)

さらに、箱圧縮強度とはみ出し量の関係について検討を行った。Fig.6 に示す通り、面数1の棒積みに対して、1段目の箱がパレットからはみ出す場合をタイプA、2段目の箱がはみ出す場合をタイプBとする。はみ出す方向は長さ方向とし、はみ出し量を変化させたときの強度の推移を Fig.7 に示す。

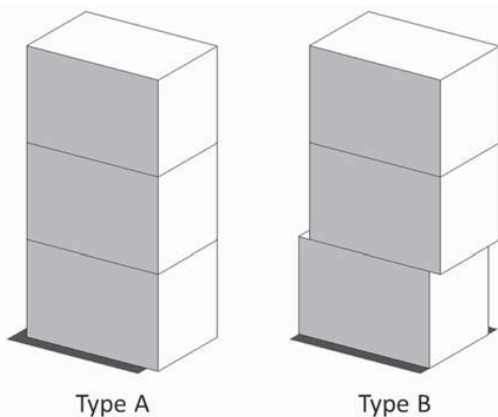


Fig.6 Overhang model

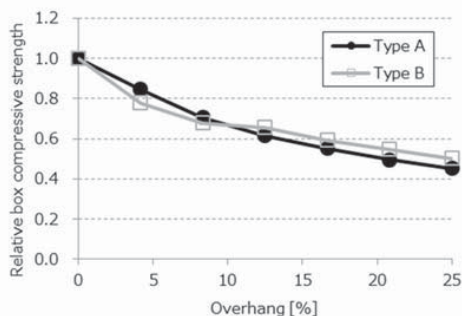


Fig.7 Relationship between compressive strength and overhang

どちらのタイプも、はみ出し量に応じて強度の低下が見られた。タイプAのグラフが滑らかな曲線を描くのに対し、タイプBのほうは変曲点を有するグラフとなっている。タイプAは常にはみ出した側に箱が傾いて潰れるが、タイプBでははみ出し量に応じて挙動が異なる。すなわち、はみ出し量が12.5%より少ない場合は2段目の箱のはみ出してない側の角部が1段目の天面に食い込んでから潰れるが、はみ出し量が12.5%以上になるとはみ出した側に傾きながら潰れるようになる。

以上より、段ボール箱は4つの角部で荷重を均等に分担することで強度を最大限発現すると考えられ、縦稜線が建築物で言うところの「柱」の役割を果たしていると捉えることができる。

3.2 積付けパターンによる荷崩れ防止効果

積付けパターンの違いによる比較を行うため、面数4の場合について、棒積みとピンホイール積みの解析を実施した。箱圧縮強度を Fig.5、座屈形状を Fig.8、Fig.9 にそれぞれ示す。ここでもパレットからはみ出しの有無の影響について検討を行い、長さの5%のはみ出しを考慮した。

まず、パレットからはみ出しが無い場合、1段目と2段目の間の接触面に着目すると、棒積みはフラットな状態を保っていることがわかる (Fig.8(a))。これに対し、ピンホイール積みは1段目の天面と2段目の底面が座屈して互いに食い込み合う様子が確認できるが、ここでは一方の箱の角部が他方の箱の辺 (横稜線) を押して折り曲げる形となっている (Fig.9(a))。

また、パレットからのみ出しを考慮した場合、棒積みははみ出した側の箱のみ傾斜（荷割れ）を生じている（Fig.8(b)）。一方、ピンホイール積みは傾斜が起こらず、はみ出しが無い場合と同様に1段目の全ての箱が一斉に潰れていることから、棒積み対比、はみ出しの影響が抑制される結果になったと考えられる（Fig.9(b)）。

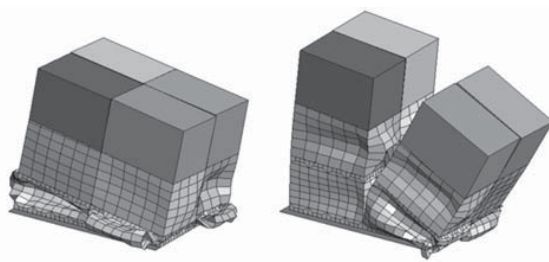


Fig.8 Deformation diagram of block pattern

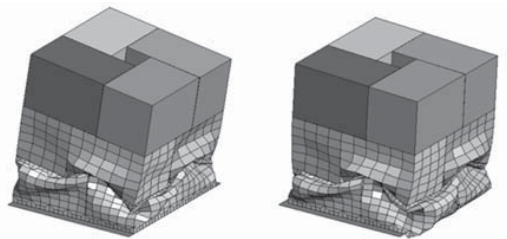


Fig.9 Deformation diagram of pinwheel pattern

Fig.5 の箱圧縮強度を見ると、棒積みに対して、ピンホイール積みは2割程度強度が劣るが、はみ出しによる強度低下は小さい。ピンホイール積みは、箱が互い違いに交差するように段積みされるため、上下で接触する箱の組み合わせの数が増える。その結果、摩擦力による拘束力が働くことで、隣り合う箱同士が横方向に離れようとする動きが制限され、輸送時の振動による横揺れなどに対して荷崩れを防止する効果が期待できると考えられる。

3.3 パレット積付け時における箱圧縮強度の推定

段ボール箱を段積みした場合、棒積みのように上下の箱で角部（縦稜線）が揃っていることが、圧縮強度を最大限発揮する条件と考えられる。そこで、箱圧縮強度の棒積みに対する相対値 F の推定式を次式のように考案する。

$$F = \frac{an_1 + bn_2 + cn_3}{n_t} \quad (1)$$

$$n_t = n_1 + n_2 + n_3 \quad (2)$$

ここで、1つの段の接触面（天面または底面）において、 m ：面数、 n_1 ： $m \times 4$ 、 n_1 ：他方の箱の角上にある角数、 n_2 ：他方の箱の辺上にある角数、 n_3 ：他方の箱の面上にある角数を表す。

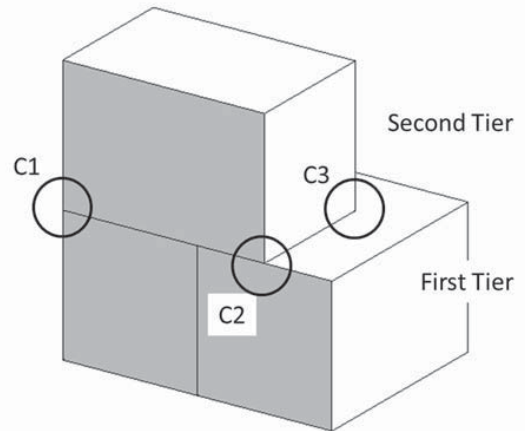


Fig.10 Box corner classification

角の分類については、Fig.10 を用いて説明する。 n_1 は1つの段の接触面における箱の角の総数を意味する。Fig.10 では2段目の箱の底面に着目すると、C1 の円で囲まれた角は下段の箱の角の上に載っており、上下の箱の縦稜線が揃っている状態となっている。この角の数を n_1 とする。C2 の円で囲まれた角は下段の箱の辺の上に載っている状態で、

この角の数を n_2 、C3 の円で囲まれた角は下段の箱の角や辺ではなく面の上に載っている状態で、この角の数を n_3 とする。

式(1)の各係数については、シミュレーションによる解析値から決定するが、棒積みの場合は $F = 1$ となるので、 a は自動的に 1 になる。他の係数を決めるため、Fig.11 に示す各積付けパターンの箱圧縮強度の値を解析で求めた。ここで、Fig.11(a)は面数 4 のピンホイール積み、Fig.11(b)は面数 5 のレンガ積み、Fig.11(c)は面数 6 の交互列積み、Fig.11(d)は面数 8 のピンホイール積み、Fig.11(e)は面数 9 のダブルピンホイール積みを表す。

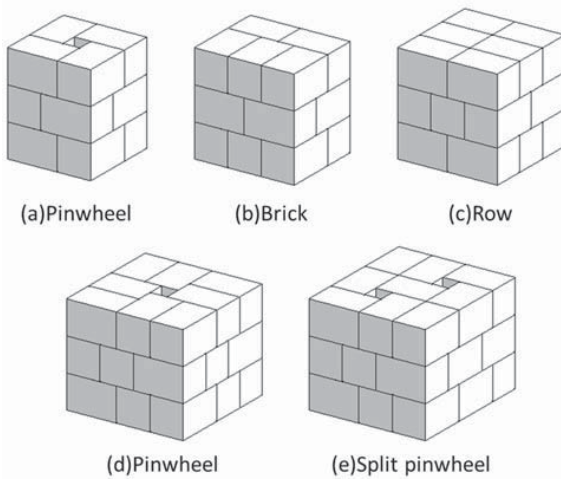


Fig.11 Stacking patterns for different pallet sizes

Table 2 に各積付けパターンのパラメータと対応する解析番号および Fig.11 の識別子を示す。解析結果より、式(1)の係数の値は $a=1.000$ 、 $b=0.788$ 、 $c=0.296$ と求まった。Fig.12 に箱圧縮強度の解析値と式(1)による推定値の比較を示すが、概ね一致していることがわかる。 n_2 の係数である b の値は、角が他方の箱の辺上に位置する場合、横稜線という角張った構造の上に載っているため、8 割

程の強度が保たれることを意味する。一方、 n_3 の係数である c は、角が他方の箱の面上にある場合、面では荷重を十分に支えることができず、3 割程度の強度まで低下することを表す。

解析 I では n_3 がゼロとなっているため箱圧縮強度は最も高いが、解析 III は n_3 の全体に占める割合が大きいので強度も低位になると推定される。解析 V は中央にある箱が棒積みとなっているため n_1 が大きく、 n_3 が比較的大きい割には強度が高い。解析 I と IV は、同じピンホイール積みでも面数の違いから強度に差を生じる結果となった。

田村ら¹⁾は、段積みされた段ボール箱の圧縮試験を行い、様々な積付けパターンにおける 1 箱あたりの箱圧縮強度を求めている。本報のシミュレーションとは境界条件が異なるため、強度の絶対値については単純には比較できないものの、3 段積みの実測結果に着目すると、強度の序列は、ピンホイール積み（面数 4）>レンガ積み（面数 5）>交互列積み（面数 6）となっており、Fig.12 の解析結果と傾向は一致する。

Table2 Parameters of pallet stacking pattern used in the analysis

Analysis number	Pallet stacking pattern	m	n_t	n_1	n_2	n_3	Fig.9
I	Pinwheel pattern	4	16	4	12	0	(a)
II	Brick pattern	5	20	4	14	2	(b)
III	Row pattern	6	24	4	12	8	(c)
IV	Pinwheel pattern	8	32	4	20	8	(d)
V	Split Pinwheel pattern	9	36	8	24	4	(e)

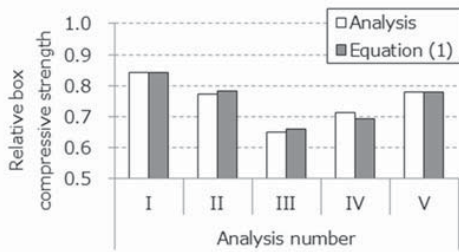


Fig.12 Comparison of analyzed and estimated values

3.4 箱の寸法比の影響

これまで箱の寸法は一定としてきたが、ここでは箱の高さ H を変えずに、長さ L と幅 W の比 (L/W 比)、すなわち断面形状を変えた場合の影響について検討する。対象は面数 4 のピンホイール積みとし、箱の周辺長は 1600mm で同一として L/W 比を変更した。

箱圧縮強度の解析結果を Fig.13 に示す。ここで、* は面数 1 の棒積み、● はピンホイール積み、△ はピンホイール積みで最下段の隣り合う箱の側面同士の接触を考慮しなかった場合を表す。なお、強度は面数 1 の棒積みに対する相対値表示とする。

ピンホイール積みの L/W 比 = 1.0 は面数 4 の棒積みと同義であることから、棒積みは面数に関係なく強度が等しく、隣接する箱同士の接触も影響しないことがわかる。また、面数 1 の棒積みは L/W 比に関係なく強度がほぼ一定であったことから、箱単体の強度は周辺長で決まると言える。段ボール箱単体の圧縮強度を推定する McKee 式⁵⁾では、強度は周辺長の 0.492 乗に比例すると導かれているが、 L/W 比によらず強度が一定となるシミュレーション結果はこれを支持する形となっている。

一方、ピンホイール積みは、棒積み対比、強度が 2 割程劣るものの、 L/W 比 > 2.0 では強度が増大する傾向が認められた。箱の側面の

接触を考慮しなかった場合は、 L/W 比 > 2.0 でも強度に変化が見られなかったことから、 L/W 比の増加にともなって隣り合う箱同士の接触状態や座屈モードに何らかの変化を生じ、それが強度に影響を及ぼしたものと推測される。

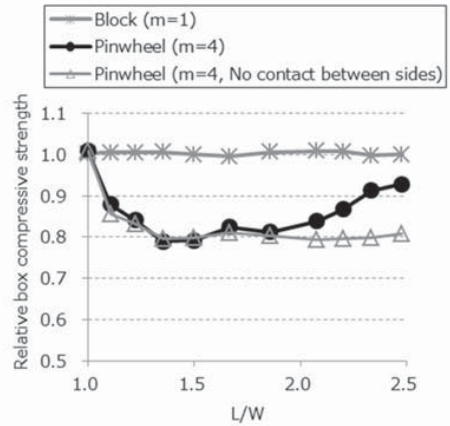


Fig.13 Relationship between compressive strength and length/width ratio

強度の低い L/W 比 = 1.50 と強度の高い L/W 比 = 2.48 について、1 段目の箱の座屈形状と主応力分布を Fig.14、15 にそれぞれ示す。ここでは、左側の (a) における一番奥の着色した箱 box1 のみを右側の (b) に抜き出し、詳細に表示している。以下、box1 の長さ面のうち、周囲に露出せず box2 と接している側の面を L 面と呼ぶことにする。

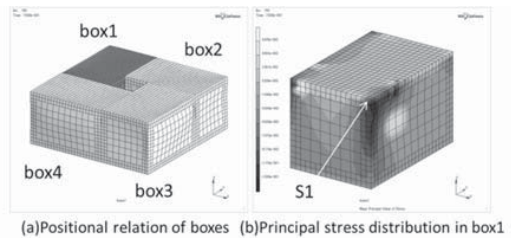


Fig.14 Principal stress distribution in the first tier box ($L/W=1.50$)

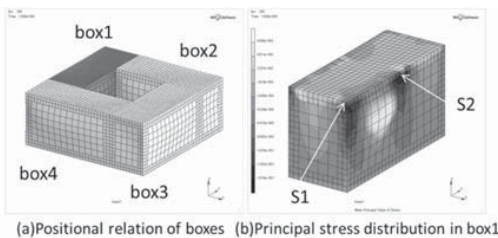


Fig.15 Principal stress distribution in the first tier box (L/W=2.48)

3.1 節で示した通り、基本的に面数 1 の場合、対向する長さ面は両方とも外側に凸、幅面は両方とも内側に凹の座屈モードとなるが、 L/W 比 ≤ 2.0 では L 面は接触する box2 に阻まれて外側に膨らむことができず、内側に凹となっている。 L/W 比 > 2.0 になると、L 面における box2 との接触面積率が低下し、L 面の box2 とは接していない自由な領域が外側に膨らむようになる。この座屈モードの変化により、主応力分布にも差異が生じていることが確認できる。

まず、 L/W 比 ≤ 2.0 では、Fig.14(b)で表されるように L 面の S1 で示された角部で顕著な圧縮応力が生じていたのに対し、 L/W 比 > 2.0 では、Fig.15(b)に示すように角部の S1 と辺上の S2 の 2 カ所で応力集中が見られた。この S2 は L 面が外側に膨らむことによって box2 に押し付けられるような接触を生じ、その結果、box2 の角部と一体となって荷重を支える形となっている。以上より、 L/W 比 > 2.0 では、角部と同様に荷重を負担する個所が辺上に増えることで、強度が向上すると考えられる。

また、 L/W 比の値が十分に小さい領域では、 L/W 比 $= 1.0$ に近づくほど強度が増大する傾向が認められる。2 段目の箱の角部が 1 段目の箱の辺上に載る位置は、L と W の長さが近いいため 1 段目の角部に近接している。この角部による構造的な補強効果によって、2 段目の角部が 1 段目の横稜線へ過度に食い込むことを

防止するため、箱圧縮強度の低下が抑制されると推測される。

次に、3.3 節で示した箱圧縮強度の推定式 (1)における、箱の寸法比の影響について検討を行った。まず、Fig.11 に示す積付けパターンのうち、面数 5 のレンガ積みと面数 6 の交互列積みは、 L/W 比 $= 1.5$ 以外では成立しないため除外することとする。また、面数 9 のダブルピンホイール積みは、 L/W 比 > 2.0 になると 2 つの角が下段におけるピンホイール（風車）の中心に相当する穴の上に位置する箱が出てくるため、実用上使えない場合がありこれも除外して考える必要がある。

よって、面数 8 のピンホイール積みについて、 L/W 比を変更した解析を実施したところ、 L/W 比 $= 1.5 \sim 2.0$ の範囲では箱圧縮強度は変化せず、 L/W 比 > 2.0 では面数 4 とは反対に強度が大きく低下する結果となった。これは L/W 比が大きくなると、1 つの辺の上に角が 2 つ載る場合が出てくる影響と推測される。

以上のことから、箱圧縮強度の推定式 (1) および係数 a、b、c の適用範囲は、およそ L/W 比 $= 1.5 \sim 2.0$ の間にあると考えられる。

4. 結論

非線形有限要素解析による箱圧縮シミュレーションの手法を用いて、パレット積付け段ボール箱における強度発現メカニズムを明らかにすることができた。段ボール箱を段積みした際に最も大きな荷重が加わる最下段の箱に関して、以下の結論が導き出せる。

(1) 主応力分布より、段ボール箱は主に 4 本の縦稜線（縦罫線）で荷重を支えており、強度を最大限発揮するには荷重を 4 つの角部で均等に分担する必要がある。

(2) 一部の縦稜線がパレットからはみ出した場合、残りの縦稜線で荷重を負担しなければならず、箱圧縮強度は低下する。なお、2 段目以上の箱が外にはみ出した場合も同様である。

(3) 上段の箱の角が下段の箱の角の直上に載る場合のみ強度低下を生じないので、パレット積付けパターンの中で最も強度が高いのは棒積みである。

(4) 棒積み以外のパターンは荷崩れ防止効果は期待できるものの、上段の箱の角が下段の箱の辺上あるいは面上に載る場合を含むため、強度低下は避けられない。角が辺上に載るより面上に載るほうが、強度低下率は大きい。

(5) 段積みした箱の上下間の接触面における角部の位置関係を分類することで、様々な積付けパターンにおける箱圧縮強度を推定する簡便な式を考案した。

(6) 棒積み以外のパターンでは、箱の寸法比によって箱圧縮強度が変化する可能性がある。

IT/MT 分野におけるシミュレーション技術の適用に関する研究一、岐阜県生産情報技術研究所研究報告，第 7 号，p. 18 (2005)

- 5) R. C. McKee, J. W. Gander, J. R. Wachuta, Compression strength formula for corrugated boxes, Paperboard Packaging, **48**(8), p. 149 (1963)

(原稿受付 2021 年 8 月 30 日)

(採録受理 2022 年 1 月 5 日)

<参考文献>

- 1) 田村祥，斎藤勝彦，山原栄司，パレット積みされた段ボール箱の限界保管時間について，日本包装学会誌，**18**(3)，p. 213 (2009)
- 2) 小林孝男，段ボール箱の圧縮強度予測手法の開発，紙パ技協誌，**73**(8)，p. 786 (2019)
- 3) 中川幸臣，丹羽一邦，包装設計の FEM 解析における段ボールのモデル化の検討，日本包装学会誌，**14**(5)，p. 317 (2005)
- 4) 川島義隆，多賀郁生，伊田徹士，原田匡人，梅津康義，松井和己，手塚明，段ボール製品の強度解析技術に関する研究(第 2 報)－