

有限要素法による段ボールシートの 垂直圧縮強さの解析

三上英一* 茨木孝昌* 小林孝男* 小高 功*

Finite Element Analysis for Edgewise Compression of Corrugated Fiberboard

Eiichi MIKAMI*, Takamasa IBARAKI*, Takao KOBAYASHI* and Isao KODAKA*

段ボール箱は様々な製品の輸送包装や保管の用途に大量に使用され、我々の生活に不可欠なものとなっている。段ボール箱の重要品質の一つである箱圧縮強さに対しては、段ボールシートの垂直圧縮強さの寄与が大きい。コストアップや重量増を伴わずに、段ボールシートの垂直圧縮強さを向上させるには、フルート形状を検討する必要がある。

我々は有限要素法による非線形構造解析を行い、段ボールシートの垂直圧縮時の変形挙動を調べた。さらに、ライナー、中芯の破壊を考慮した新たな方法を導入し、段ボールシートの垂直圧縮強さを算出し、最適なフルート形状の検討を行った。

その結果、ライナーと中芯の接着部近傍の曲率半径 r が小さく、段高、波長、平坦部長さにより決定される角度 θ が大きいフルート形状が、原紙使用量も少なく、効率良く垂直圧縮強さを発揮できる形状といえる。

キーワード：段ボールシート、垂直圧縮強さ、フルート形状、有限要素法、非線形構造解析、破壊、曲率半径、角度

A huge quantity of corrugated containers is used for carrying, packaging and storing various products : they are indispensable to our lives. One of the most important properties of corrugated containers is their compressive strength, which depends on the edgewise compressive strength of corrugated fiberboard. In order to raise the edgewise compressive strength without increasing costs and weight, it is necessary to consider the flute shape.

In this study, nonlinear structural analysis using finite element method was carried out, then the deformation behaviors of corrugated fiberboard were investigated under the edgewise compression test. Furthermore, the edgewise compressive strength was estimated by a new simulation method which considered the failure of the liner and the medium. Then the optimum flute shape was thoroughly investigated.

The results showed that the flute shape with smaller "r" (the radius of curvature in the vicinity of the flute tip), or larger " θ " (the angle determined by the height of the corrugated fiberboard, the wavelength and the length of the flat part) could improve the edgewise compressive strength efficiently.

Keywords : corrugated fiberboard, edgewise compressive strength, flute shape, finite element method, nonlinear structural analysis, failure, radius of curvature, angle

*王子製紙株式会社製紙技術研究所 (〒135-8558 東京都江東区東雲 1-10-6) :

Pulp & Paper Research Laboratory, Oji Paper Co., Ltd. 1-10-6, Shinonome, Koto-ku, Tokyo 135-8558, Japan

1. 緒言

段ボールシートは段ボール箱、建材、パレット、家具、その他の分野に用いられるが、大半の用途は段ボール箱といっても過言ではない。段ボール箱は電気製品、機械製品、青果物、繊維製品、雑貨、印刷物、その他の輸送包装や保管の用途に大量に使用され我々の生活に不可欠なものとなっている。段ボール箱は、物流、保管の過程において積み上げられることが多く、これらの荷重に耐えられる箱の圧縮強さが求められる。

段ボール箱の重要品質の一つである箱圧縮強さに対しては、段ボールシートの垂直圧縮強さの寄与が大きい。段ボールシートの垂直圧縮強さを向上させることは、原紙のパルプ配合や紙力増強剤の使用、原紙坪量などを変えることにより可能であるが、いずれもコストアップや重量増につながる。コストアップを伴わずに垂直圧縮強さを向上させるためには、フルート形状を検討する必要がある。過去には力学的見地から段ボールシートの垂直圧縮の考察を行い最適な設計を検討した報告がある^{1)~3)}。

我々は有限要素法による非線形構造解析を行い、段ボールシートの垂直圧縮時の変形挙動を調べた。さらに、ライナー、中芯の破壊を考慮した新たな方法を導入し、段ボールシートの垂直圧縮強さを算出し、最適なフルート形状の検討を行った⁴⁾。

2. 解析方法

2.1 段ボールシートのモデル化

非線形構造解析ソフトとして、ANSYS

6.1/Structural を使用した。大変形・大ひずみに対応したソリッド要素 (Solid 185) を用いてA段相当の段ボールシートをモデル化し、垂直圧縮試験⁵⁾ (Edge-wise Compression Test) のシミュレーションを行った。ライナーと中芯の物性は等方性弾塑性を仮定し、原紙幅方向のリングクラッシュ試験測定時の応力-ひずみ曲線に対し、2直線近似して得られた弾性率、降伏応力、接線係数を適用した。これら物性値を Table 1 に示す。ポアソン比は 0.3 と仮定した。

解析に用いた形状モデルを Fig. 1 に示す。段ボールシート流れ方向を x 軸、段ボールシート厚さ方向を y 軸、段ボールシート幅方向 (試験片圧縮方向) を z 軸、波長 L 、シート幅 $W = 25 \text{ mm}$ とした。周期構造の 1/4 モデル (x 軸方向 $L/2$ 、 z 軸方向 $W/2$) を作成し、 $x = 0$ 面と $x = L/2$ 面、 $z = 0$ 面

Table 1 Material properties of liner and medium.

	Liner	Medium
Grammage [g/m ²]	G_L 280	G_M 200
Thickness [mm]	H_L 0.34	H_M 0.29
Elastic modulus [MPa]	E_L 740	E_M 730
Yield stress [MPa]	Y_L 11	Y_M 10
Tangent modulus [MPa]	T_L 320	T_M 310
Poisson's ratio	ν_L 0.3	ν_M 0.3

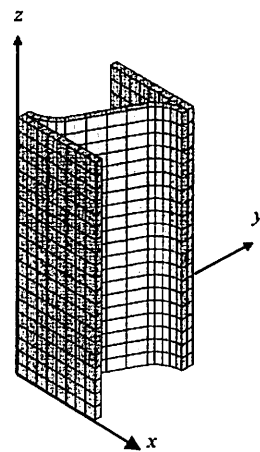


Fig. 1 Analytical model (1/4 section of cyclic structure).

の節点について面对称の拘束条件を与え、 $z = H/2$ 面の節点については x, y 方向を拘束した。モデルを z 方向に圧縮変形させるため、 $z = W/2$ 面に強制変位を与えた。圧縮変形の過程では、変形が進むにつれて中芯とライナーの接触が発生するため、ライナーと中芯の間に面接触を設定した。

要素数としては、変形挙動が変わらない程度の規模を選び、ソリッド要素数 600~720 個とした。

フルートの断面形状を設定するため、Fig. 2 に示すように各パラメータを定義した。Table 2 のように、パラメータの中で、段高 H_R 、ライナー厚さ H_L 、中芯厚さ H_M は一定値とし、形状パラメータ r, L, f を変化させてフルート形状の検討を行った。ライナーと中芯の接着部近傍は曲率半径 r の円弧であるとし、円弧間は共通接線で結んだ。ライナー

と中芯の接着部分（平坦部分）の長さを f 、点 A、B を通る直線とライナーのなす角を θ とした。このとき、(1)、(2) 式が成立する。

$$\tan \theta = \frac{H_R}{L/2 - f} \quad (1)$$

または、

$$f = \frac{L}{2} - \frac{H_R}{\tan \theta} \quad (2)$$

以降、形状パラメータを $r/L/f$ の順に数値を並べて表示する。解析モデルの断面形状の一例を Fig. 3 に示す。なお、Fig. 3(a) は、 $r = 1.7$ 一定として L, f を変化させた群、Fig. 3(b) は L, f を一定として r を変化させた群である。

2.2 計算手法

段ボールシートの垂直圧縮シミュレーションにおいて、最初の分岐座屈の後、塑性変形、中芯変形モードの変化、ライナーと中芯の接触、折畳み等が起こることが予想される。解析の最初の分岐座屈点で、主経路から分岐経路に円滑に移行させるための初期不整を設定することを目的として、固有値座屈解析を行い、得られた最小の座屈荷重に対応する座屈モード (Fig. 4 参照) を初期不整として使用した。このときの初期不整の大きさを決定するため、実際に、変形前の段ボールシートの表面凹凸を、レーザー変位計を用いて測定した。その結果、表面凹凸の大きさが約 0.05 mm であることを確認したので、初期不整の大きさは最大変位 0.05 mm に設定した。

実際の段ボールシートの圧縮変形過程では、ライナーや中芯がせん断破壊や層間にはく離などの材料破壊を起こして、荷重が急激に低下する。このような材料破壊点を定めるため、次のように破損則を決定した。まず、ライナ

Table 2 Parameters determining sectional flute shape of corrugated fiberboard.

		[mm]	
Constants	Liner thickness	H_L	0.34
	Medium thickness	H_M	0.29
	Height	H_R	4.45
Variables	Radius of curvature	r	0.1, 0.5, 1.0, 1.3, 1.5, 1.7
	Wavelength	L	8.57, 9.09, 10.00
	Flat part length	f	0.00, 0.26, 0.45, 0.71

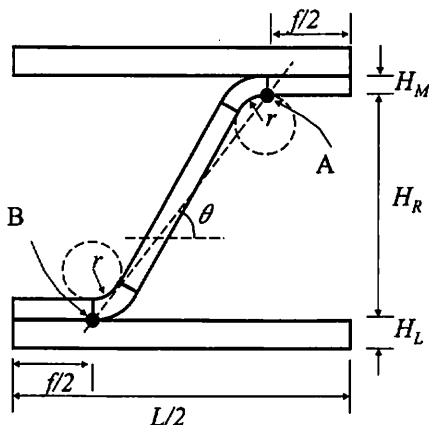


Fig. 2 Schematic diagram of sectional flute shape.

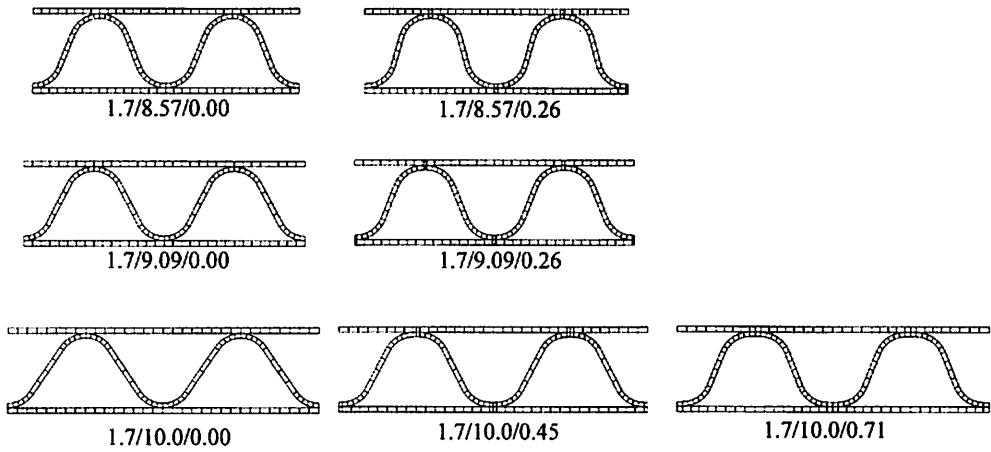


Fig. 3(a) Sectional flute shapes in the case of $r = 1.7$.

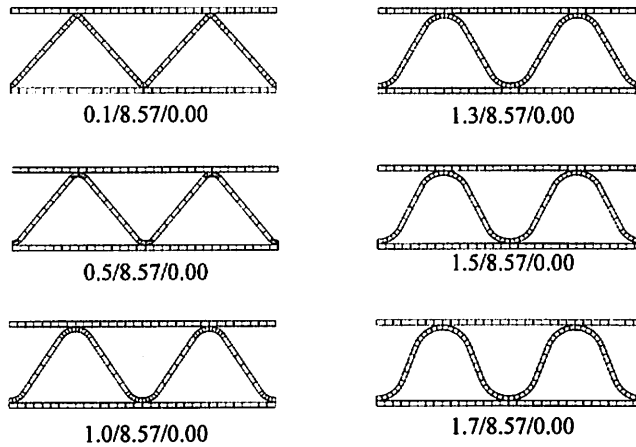
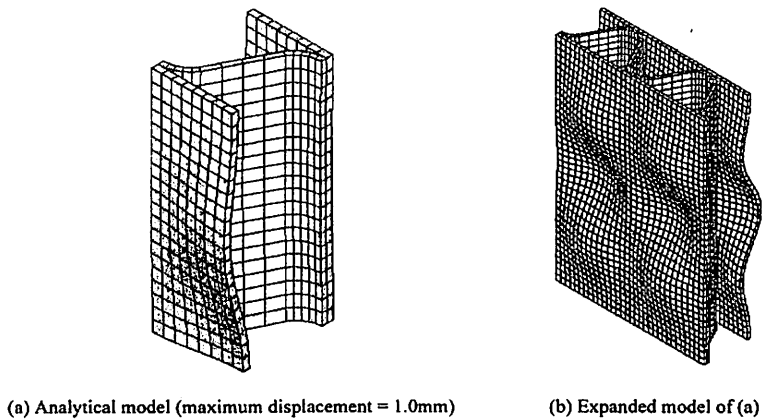


Fig. 3(b) Sectional flute shapes in the case of changing r .



(a) Analytical model (maximum displacement = 1.0mm)

(b) Expanded model of (a)

Fig. 4 Mode shapes under minimum buckling load.

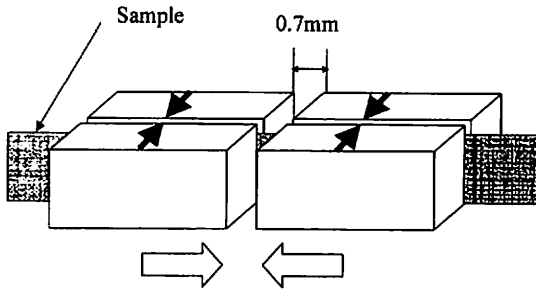


Fig. 5 Schematic diagram of short-span compression test.

ーと中芯のショートスパン圧縮試験 (Short-span Compression Test, Fig. 5 参照)⁶⁾ を行い、ライナーおよび中芯の圧縮強さ S_{cr} を求めた。次に、SCT のシミュレーションを行い、その解析モデルの最大相当応力 $\bar{\sigma}_{max}$ を追跡し、荷重が S_{cr} に達したときの最大相当応力 $\bar{\sigma}_{max, cr}$ を求めた。ECT シミュレーションでは、ライナーまたは中芯の最大相当応力 $\bar{\sigma}_{max, cr}$ がに達したとき、材料破壊が起こったとみなした。

3. 結果と考察

3.1 実測値との比較

ライナー原紙及び中芯原紙として、王子板紙 (株) 製のライナー 280 g/m² と中芯 200 g/m² を使用し、300 mm 幅のテスト用コルゲータ (株式会社エスエムテ製) を用いて段ボールシートを試作した。なお、使用した原紙の物性は Table 1 に示した通りである。得られた段ボールシートの ECT を行い、荷重変位曲線を得た。その結果を解析より得られた荷重変位曲線と併せて Fig. 6 に示す。なお、以降荷重は単位長さあたりの荷重値 [kN/m] に換算して表す。解析により得られた荷重変位曲線の形状パラメータは $r/L/f =$

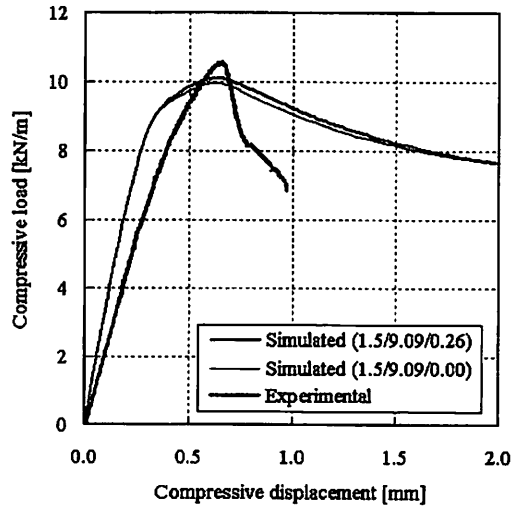


Fig. 6 Comparison of load-displacement curves between simulation and experiment.

1.5/9.09/0.26 と 1.5/9.09/0.00 である。

実測値と解析値を比較すると、極大値はほぼ近い値となっているが、立ち上がりの傾斜が解析の方が大きくなっている。これは、解析に用いた物性が等方性であるため、ライナーおよび中芯の厚さ方向の弾性定数が大きく設定されたことに起因すると考えられる。さらに極大点後、荷重低下の程度が異なっているが、実測では材料破壊に起因する急速な荷重の低下が進行していると考えられるのに対し、解析では破損則を考慮したものの、破壊現象までは考慮していないので、実測値に比べ解析値は極大点後の荷重低下が少なかったと考えられる。

実測値と解析値で上述した差が見られるが、ECT における垂直圧縮強さを求める上では、妥当な解析モデルであると考えられる。

3.2 変形挙動の考察

ECT シミュレーションにより得られた分岐座屈点、極大点および極大点後の各段階での変形の様子を Fig. 7 に示す。なお、変形図

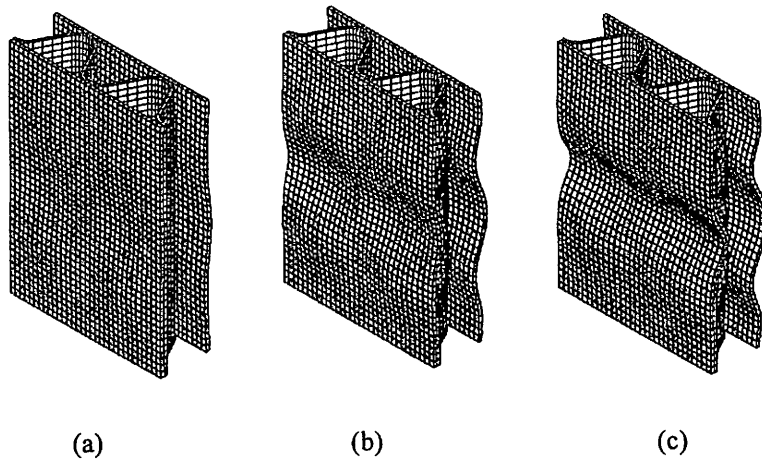


Fig. 7 Deformed shapes of expanded model in the case of 1.5/8.75/0.00 at the point of (a) eigenvalue buckling, (b) local maximum point and (c) displacement = 1.25.

は1/4周期構造モデルを拡張したモデルである。

変形を詳しく考察するために、Fig. 8に示す点Cと点Dの動きと最大相当塑性ひずみを追跡した。点C、Dとも $z = 0$ 面上に存在し、点Cは段ボールシートの厚さ方向中央部の中芯上に位置し、点Dはライナーの中芯とは接触しない側、つまり開放側のライナー上に位

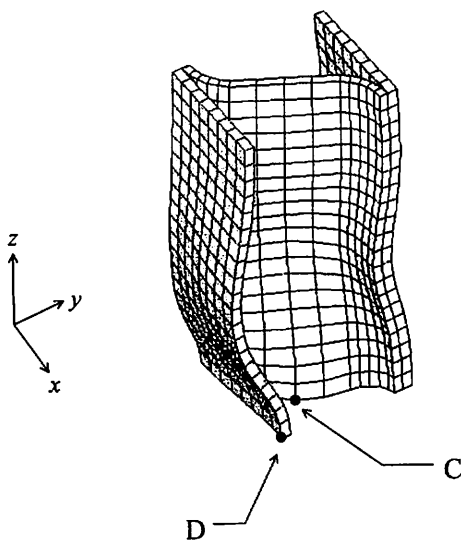


Fig. 8 The position of the traced points C, D.

置する。

Fig. 9に典型的な荷重変位曲線を示す。また、圧縮変形過程での点Cの x 、 y 方向変位 CU_x 、 CU_y 、点Dの y 方向変位 DU_y を Fig. 9 (a) に、最大相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_{p,max}$ を Fig. 9 (b) に示す。Fig. 9に示す①～⑥の各段階では、下記の現象が起きていると考えられる。

① 分岐座屈点

② 塑性変形の開始

$\bar{\epsilon}_{p,max}$ の動きから、分岐座屈後に塑性変形が始まっていることが分かる。

③ 中芯の変形加速

CU_x 、 CU_y の変化率が増加しており、中芯の変形が加速していることが分かる。

④ 中芯の材料破壊

実際の荷重変位曲線では、ここで荷重が急激に低下する。

⑤ 極大点

⑥ ライナーの材料破壊

塑性変形の開始点や中芯とライナーの材料破壊点は、物性値によって変化する。また、実際の荷重変位曲線が急速に変化する点は、

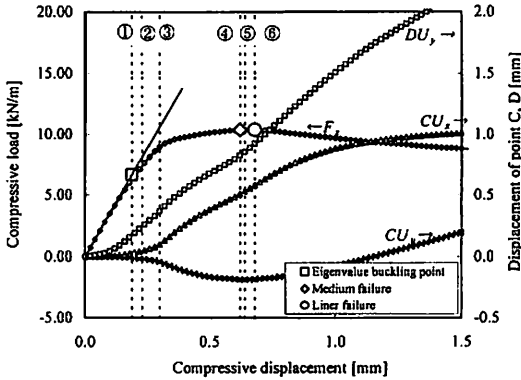


Fig.9(a) F_z , CU_x , CU_y , and DU_y

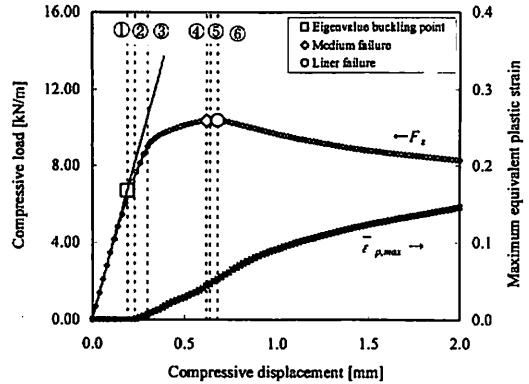


Fig.9(b) F_z and $\bar{\epsilon}_{p,max}$

Fig. 9 Typical load displacement curve, displacement of the points C, D, and maximum equivalent plastic strain.

中芯やライナーのいずれかが先に材料破壊を起こした点と考えられる。例えば、ライナーや中芯の厚さを薄くすると極大点のかなり前に材料破壊を起こすようになると考えられる。

3.3 垂直圧縮強さの算出と比較

形状パラメータ r , L , f を Table 2 のように変化させ、段ボールシートの ECT シミュレーションを行い、フルート形状と垂直圧縮強さの関係を考察した。垂直圧縮強さについては、荷重変位曲線の極大値による垂直圧縮強さ F_{lmax} 、固有値座屈解析による座屈荷重を垂直圧縮強さとした F_{eig} 、原紙の材料破壊を考慮した垂直圧縮強さ F_{cr} の三種類の垂直圧縮強さ F_i ($i = lmax, eig, cr$) を算出した。

中芯使用量を示す段線率と F_{lmax} の関係を Fig. 10 に示す。同一曲率半径 r で比較すると、段線率が増加するにしたがって、 F_{lmax} が増加していることが分かる。また、同一段線率で比較すると、曲率半径 r の減少に伴い、 F_{lmax} が増加していることが分かる。

ここで、形状効果を明らかにするために、圧縮こわさ EA を導入する。

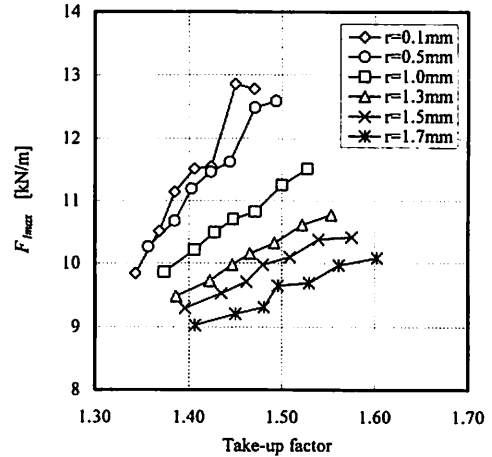


Fig. 10 Relationship between F_{lmax} and take-up factor.

$$EA = E_L \times A_L + E_M \times A_M \quad (3)$$

ここで、 E_L , E_M はライナー、中芯の弾性率、 A_L , A_M はライナー、中芯の断面積である。圧縮こわさ E_A は段ボールシート単位長さあたりの圧縮方向の「こわさ」であり、原紙使用量と原紙物性によって決定される値である。したがって、原紙物性を考慮した使用状況をより定量的に表現する値といえる。段線率 TF により次のようにも表すことができる。

$$EA = 2E_L \times H_L + E_M \times TF \times H_M \quad (4)$$

$E_L = 740 \text{ MPa}$, $E_M = 730 \text{ MPa}$, $H_L = 0.34 \text{ mm}$, $H_M = 0.29 \text{ mm}$ のときの、圧縮こわさ EA と段繰率 TF の関係を Fig. 11 に示す。

垂直圧縮強さ F_{lmax} , F_{avg} , F_{cr} と圧縮こわさ EA の関係を Fig. 12 に示す。形状を分類するために $\tan \theta$ でも層別して表示する。

形状に焦点を合わせ、材料破壊を考慮せずに比較するために、Fig. 13 の垂直圧縮強さ F_{lmax} と圧縮こわさ EA の関係を考察する。
 ①～⑥のいずれか一つの線上に着目したとき、曲率半径 r が減少するにしたがって、垂直圧縮強さ F_{lmax} が大きくなり、圧縮こわさは小さくなっている。換言すれば、原紙使用量が

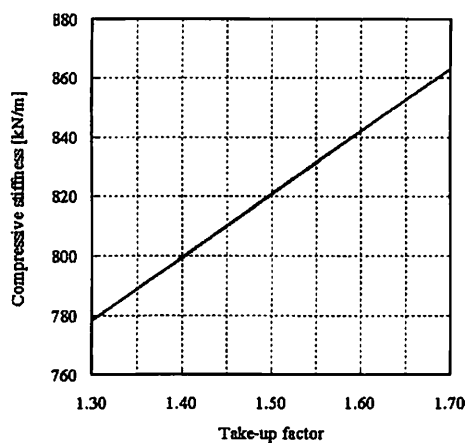


Fig. 11 Relationship between compressivestiffness and take-up factor at $E_L = 740 \text{ MPa}$, $E_M = 730 \text{ MPa}$, $H_L = 0.34 \text{ mm}$ and $H_M = 0.29 \text{ mm}$.

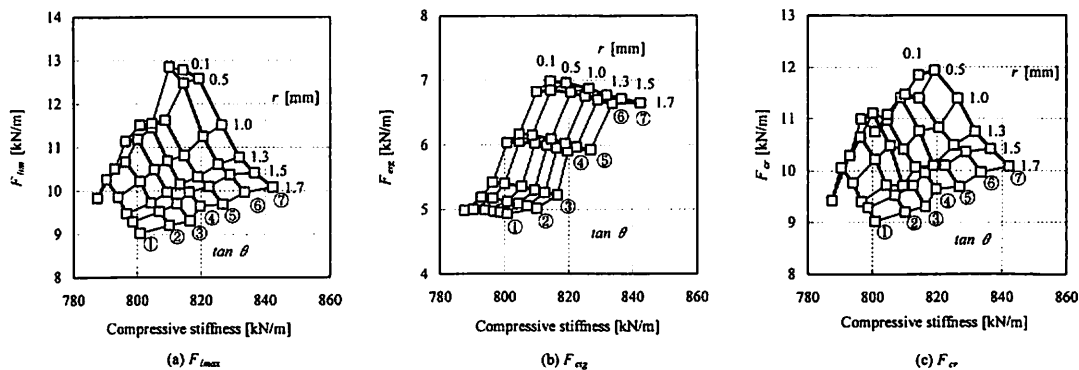


Fig. 12 F_i plotted against compressive stiffness.

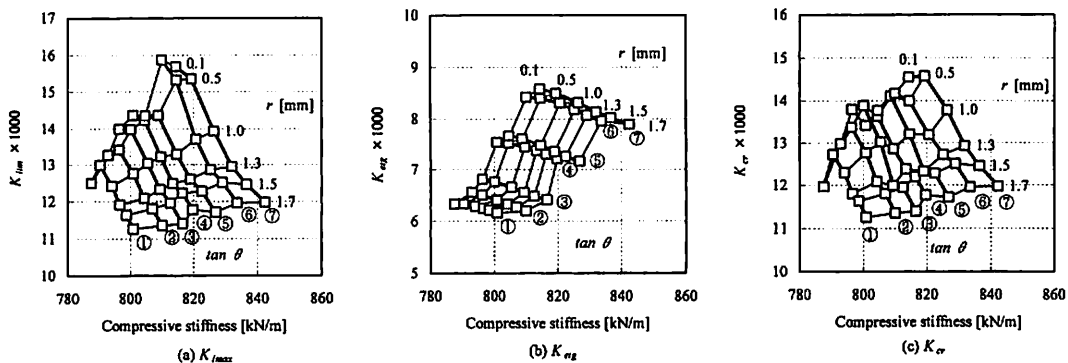


Fig. 13 K_i plotted against compressive stiffness.

Table 3 Notes of captions used in Fig.12, 13.

Caption	$\tan \theta$	Shape parameters (r/Lf)
①	0.890	$r/10.00/0.00$
②	0.978	$r/10.00/0.45$
③	1.037	$r/10.00/0.71$
④	0.979	$r/9.09/0.00$
⑤	1.039	$r/9.09/0.26$
⑥	1.039	$r/8.57/0.00$
⑦	1.106	$r/8.57/0.26$

減少しても垂直圧縮強さを向上させることができるといえる。この効果は、 $r=0.5$ mmあたりでほぼ飽和していると考えられる。また、概ね $\tan \theta$ が大きくなるにしたがい、垂直圧縮強さが大きくなる傾向が見られる。

原紙の材料破壊を考慮した垂直圧縮強さ F_{cr} でも、 r と $\tan \theta$ についてはほぼ同様の傾向が見られるが、 $r=0.1$ mmでの垂直圧縮強さの低下が著しい。これは、圧縮変形過程において、ライナーに接触する近傍の中芯に応力が集中する傾向が強くなり、材料破壊が早く起きるためと考えられる。

固有値座屈解析による垂直圧縮強さ F_{eig} でも同様の傾向が見られるが、 r が減少した場合の垂直圧縮強さの増加は非常に少ない。これは、分岐座屈点では中芯の座屈よりもライナーによる座屈が主要因であると考えられ、 r の違いがあまり影響を及ぼさなかったためであると考えられる。

垂直圧縮強さ F_i に寄与する圧縮こわさの影響を排除するため、各垂直圧縮強さの圧縮こわさ EA に対する比 K_{lmax} 、 K_{eig} 、 K_{cr} を導入する。

$$F_i = K_i \times EA \quad (5)$$

比 K_{lmax} 、 K_{eig} 、 K_{cr} と圧縮こわさ EA の関係を Fig. 13 に示す。 K_{lmax} は θ が大きいほど、また r が小さいほど大きくなることを示している。材料破壊を考慮した K_{cr} でも同様の傾向が見られるが、 r が最も小さい $r=0.1$ mm

では値の低下が著しい。 K_{eig} については r の影響が小さくなっている。いずれの比 K_{lmax} 、 K_{eig} 、 K_{cr} に関しても、圧縮こわさ EA に対する F_{lmax} 、 F_{eig} 、 F_{cr} の関係と同様の傾向が見られた。

3.4 最適フルート形状

以上の結果から、曲率半径 r が小さく、 θ が大きいフルート形状が効率よく垂直圧縮強さを発揮できる形状ということが出来る。山数を増やさずに θ を大きくするためには山谷部に平坦部分を挿入することが効果的である。この手法は段頂部の r が小さいことで危惧される中芯成形時の段切れや接着不良の防止にも役立つと考えられる。

3.5 様々なフルート形状を持った段ボールシートの垂直圧縮強さ

単位長さあたりの段数の等しい異なる断面形状を持った3種類の段ロールを用いて3種類の段ボールシートを作製し、垂直圧縮強さを測定した。その結果を、段繰率とともに Fig. 14 に示す。また、これらの段ボールシートの曲率半径 r 、 $\tan \theta$ を測定した結果を Table 4 に示す。Fig. 14 から分かるように、サンプル③が最も垂直圧縮強さが大きく、②、①の順となっており、段繰率が小さくなり中芯使用量が減少するにもかかわらず、曲率半径 r が小さいほど垂直圧縮強さが大きいということを示しており、解析結果とも一致する。 $\tan \theta$ に対しては3.4での記述内容と逆の傾向であるが、これは曲率半径 r が垂直圧縮強さに及ぼす影響の方が、 $\tan \theta$ による影響より大きいためであり、Fig. 12(a) (c) や Fig. 13(a) (c) において、 F や K の r の変化によ

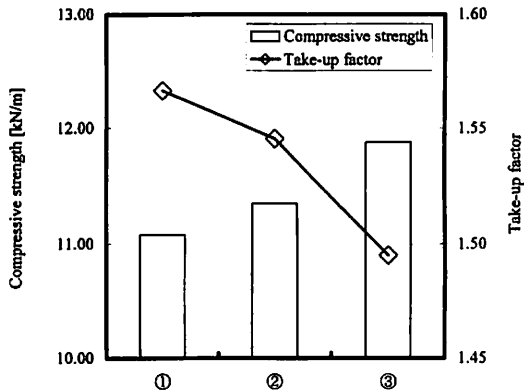


Fig. 14 Edgewise compressive strength and take-up factor of experimental corrugated fiberboards.

Table 4 Parameters of experimental corrugated fiberboards.

Sample number	Radius of curvature [mm]	$\tan \theta$
①	1.75	3.05
②	1.45	1.94
③	1.14	1.55

る傾きの方が、 $\tan \theta$ による傾きより殆ど大きいことから明らかである。

4. 結言

有限要素法を用いて、段ボールシートの垂直圧縮挙動を解析し、フルート形状と垂直圧縮強さの関係を明らかにした。曲率半径 r が小さく、角度 θ が大きいフルート形状が、原紙使用量も少なく、効率良く垂直圧縮強さ

を発揮できる構造といえる。山数を増やさずに θ を大きくするためには山谷部に平坦部分を挿入することが効果的である。この手法は段頂部の r が小さいことで危惧される中芯成形時の段切れや接着不良の防止にも役立つと考えられる。

<引用文献>

- 1) M. W. Johnson, Jr., T. J. Urbanik, W. E. Denniston, Paperboard Packaging, 98-108 (1980)
 - 2) T. J. Urbanik, Journal of Pulp and Paper Science, 27, 330-335 (2001)
 - 3) A. A. Rahman, Mechanics of Cellulosic Materials, 221, 87-92 (1997)
 - 4) 茨木孝昌、三上英一、小林孝男、小高功、日本包装学会第12回年次大会研究発表会要旨集、6 (2003)
 - 5) JIS Z0403-2「段ボール—垂直圧縮強さの測定—B法」
 - 6) H. Markstrom, "Testing Methods and Instruments for Corrugated Boards", Lorentzen & Wettre, 37-42 (1999)
- (原稿受付 2004 年 3 月 10 日)
(審査受理 2004 年 6 月 27 日)