一般論文

缶フィラーからシーマのフックアップコンベアへの搬送部分に於ける加速度緩和曲線に関する研究

黒澤和之*

A Study on the Acceleration Relaxation Curve in the Transfer Part from Can Filler to the Hookup Conveyer of Closing Machine

Kazuyuki KUROSAWA*

缶フィラーに於いて内容物が充填された容器をシーマへと搬送するフックアップコンベアを、フィラーの円軌道の接線で接続すると容器に掛かる加速度がこの接点に於いて不連続となる為、搬送される容器に衝撃が加わり容器がふらついて充填された内容物が零れる、或いは容器搬送ガイドとの干渉によって容器が凹む・傷付く、等の不具合が発生する場合があった。この問題を解決する為にオフセット排出法と呼ばれる容器搬送方法が提案され、加速度緩和曲線としてクロソイド曲線が用いられているが、この曲線を適用する場合はフィラー半径と振り出し開始角度によって加速度緩和曲線の長さが一意的に決まってしまうという制約が有り、振り出し開始角度を大きく取ることが出来ない、高速生産に対応した大型フィラーに対して適用することが出来なかった。

本研究では上記の制約なく、どのようなフィラーに対しても適用できる加速度緩和曲線について検討を行った結果、拡張クロソイド曲線と名付けた、曲率が曲線の長さに対して指数関数的に変化する新しい曲線を考案し、この曲線の数値計算法を明らかにした。この拡張クロソイド曲線の適用により、任意のフィラー半径と振り出し開始角度の組み合わせに対して加速度緩和曲線の長さを自由に設定することが可能となった。従って本技術を用いた場合には容器に衝撃を加えることが無いので、高速生産時に於いても容器の揺れが無く、内容物の零れが無い、安定した容器搬送を実現することが出来た。

キーワード：加速度緩和、衝撃、缶フィラー、クロソイド曲線、曲率、充填、搬送

The acceleration which container receives shows discontinuity at a point of contact of can filler and hookup conveyer. This discontinuous acceleration makes problems, such as the spillage of contents and the deformation of container by collision to transfer guide.

The offset discharge method employing clothoid curve has been proposed. In the case of clothoid curve, the length of acceleration relaxation curve is uniquely decided by the radius and the detached angle of filler. Therefore clothoid curve has not been applied for large-sized filler corresponding to recent high-speed production which can not take the detached angle large.

In this study on the acceleration relaxation curve which is able to apply for all kind of fillers without restriction, we find a new acceleration relaxation curve named expanded clothoid curve, and its numerical calculation method. With this expanded clothoid curve, it becomes possible to determine the length of the acceleration relaxation curve freely for arbitrary conditions of the radius and the detached angle of filler. Accordingly with this method, container receives no impact, and we are able to achieve stable container transfer with no flutter or no spillage during the high-speed filling.

Keywords: acceleration relaxation, impact, can filler, clothoid curve, curvature, filling, transport

*東洋製罐グループ綜合研究所（〒240-0062 神奈川県横浜市保土ヶ谷区岡沢町22-4）：Corporate R&D, Toyo Seikan Group 22-4 Okazawa-cho Hodogaya-ku, Yokohama-city, Kanagawa 240-0062, Japan

1. 緒言

缶フィラーに於いて内容物（液）が充填される間、容器は円運動を行っているため常にその回転中心を向く加速度を受けている。一方、充填済みの容器を次工程である蓋の巻締めを行うシーマへと搬送するフックアップコンベア上では、容器は等速直線運動を行うため加速度はゼロである。従ってフックアップコンベアをフィラーの円軌道の接線で接続すると、容器にかかる加速度がこの接点に於いて不連続となる。この加速度の不連続な変化のため搬送される容器に衝撃が与えられ、容器がふらついて充填された内容物がこぼれたり、容器搬送ガイドとの干渉によって容器が凹む、傷付くなどの不具合が発生する場合がある。

この問題を解決するためにオフセット排出法と呼ばれる容器排出時の搬送方法が提案され[1)]、この時の加速度緩和曲線としてクロソイド曲線が用いられているが、この曲線を適用するに当たっては制約があり、どのようなフィラーに対しても用いることが出来るわけではない。特に最近の高速生産に対応した大型フィラーに対しては、この従来技術を効果的に適用することが出来ない。

本報では、制約なくどのようなフィラーに対しても適用できる新たな加速度緩和曲線を考案したのでその内容について述べる。

2. フィラー排出部に於ける搬送状態

2.1 従来技術：オフセット排出法と加速度緩和曲線

缶フィラー周りに於ける容器搬送の概略を Fig. 1 に示す。前工程より搬送されてきた空

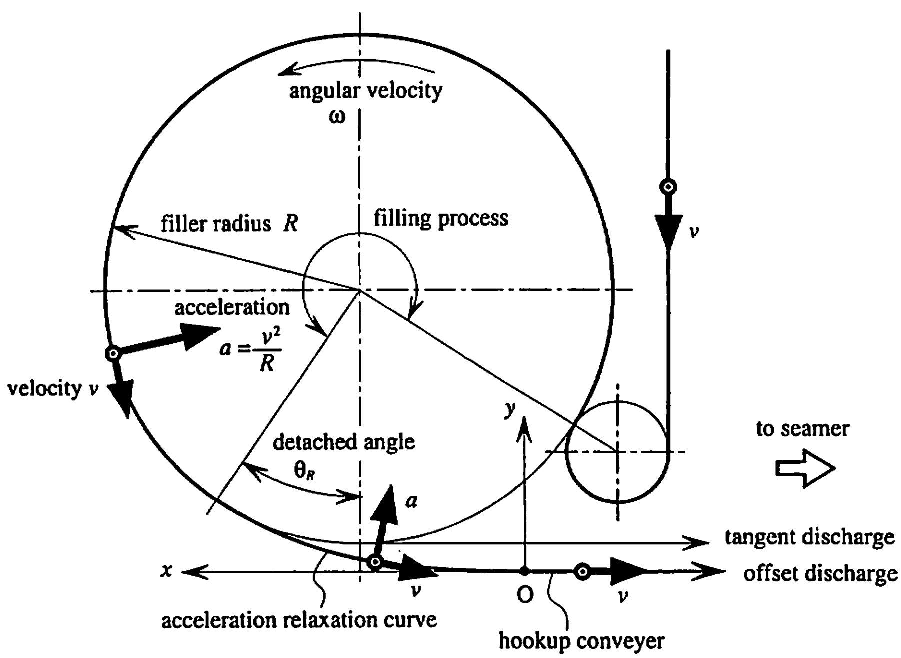


Figure 1. Schematic diagram of container transportation around can filler

の容器はフィラー内にて円運動している間に内容物（液）が充塡される。最近の飲料缶用フィラーは高速化、大型化が進んでおり、毎分 2,000 缶の製造が可能なフィラーでは、例えば充塡バルブの数が 156 個あり回転部分の直径が約 4.5 m という大きさのものがある。内容物充塡後の容器は、フックアップコンベアと呼ばれる直線軌道コンベアによって次工程である蓋の巻締めを行うシーマへと搬送される。

内容物が充塡されている間容器は円運動をしているので、容器にはフィラーの充塡バルブピッチ円周の周速度を v、フィラー半径を R とすると $a = v^2/R$ で表される大きさのフィラー中心を向く加速度が掛かることとなる。この加速度の大きさは、$R = 2{,}227$ mm、充塡バルブの数が 156、生産速度が毎分 2,000 缶の時、周速度が $v = 2.99$ m/s となり、$a = 4.01$ m/s^2 と求められる。この値は重力加速度の約 0.41 倍であり、充塡された内容液の液面は約 22° 傾くこととなって、傾いた液面は缶の開口端ぎりぎりまできている。これは内容液が零れやすい状態であり、液面に動揺を与えるような容器に対する衝撃は、ほんの僅かなものであっても避けなければならない。

フックアップコンベアを Fig. 1 に接線排出として示したように、フィラー円に対して接線で接続すると、フィラー円周内で容器に掛かっていた加速度がこの接点に於いて瞬時にゼロへと変化することとなる。この加速度の不連続な変化が容器に衝撃を与えることとなり、この時容器がふらついて充塡された内容液がこぼれたり、容器搬送ガイドとの干渉によって容器が凹んだり、傷付いたり、といった不具合が生じていた。

このような不具合を解決するためにオフセット排出法という方法が提案され、用いられている。この方法は Fig. 1 に示したようにフックアップコンベアをフィラー円よりも外側にずらして配置し、接線排出の場合の接点よりも振り出し開始角度 θ_R だけ手前からフィラーの円軌道を外れて、徐々に外側に振り出しながらフックアップコンベアの直線軌道へと排出するものである。フィラーの円軌道とコンベアの直線軌道との間には、容器にかかる加速度を連続で接続するために加速度緩和曲線が用いられる。容器にかかる加速度は、容器の搬送曲線の曲率半径を ρ、容器の進行方向を向いた速度の大きさを v とするとき、$a = v^2/\rho$ で求められる。加速度が曲率半径に反比例するということは、即ち曲率に比例するということなので、加速度緩和曲線はその曲率が始めはフィラーの円軌道の曲率に等しく、終わりに於いては曲率がゼロとなるような曲線が適していることとなる。

なお、これ以降の説明には Fig. 1 に示したように加速度緩和曲線がフックアップコンベアの直線軌道と接する点を原点とし、左方向に x 軸をとり上方向に y 軸をとる直交座標系を用いることとする。

2.2　従来技術：クロソイド曲線

加速度緩和曲線の一つとしてクロソイド曲線が従来より知られており[2)]、フィラーからのオフセット排出に於いてもクロソイド曲線が用いられてきた。この曲線は、コルニュの螺旋（Cornu's spiral）としても知られており、その曲線上の点の xy 座標が Eq. 1 で表されるものである。

$$c(s) = \begin{cases} \int_0^s \cos\dfrac{\alpha^2 s^2}{2}\, ds \\ \int_0^s \sin\dfrac{\alpha^2 s^2}{2}\, ds \end{cases} \tag{1}$$

Eq. 1 中、パラメータ s は曲線に沿って測った曲線の長さを表す。この時クロソイド曲線の曲率 κ を求める。いま曲線の接線の傾きを θ とする。曲率はその定義により、曲線の接線の傾きを曲線の長さで微分したものであるから、次のように求められる。

$$\theta = \tan^{-1}\frac{dy}{dx}$$

$$\kappa = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d}{ds}\tan^{-1}\frac{dy}{dx} = \frac{\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$$

一方、Eq. 1 より、

$$\frac{dx}{ds} = \cos\frac{\alpha^2 s^2}{2},\ \frac{dy}{dx} = \sin\frac{\alpha^2 s^2}{2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \tan\frac{\alpha^2 s^2}{2},\ \frac{d}{ds}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{\alpha^2 s}{\cos^2\dfrac{\alpha^2 s^2}{2}}$$

$$\kappa(s) = \left(\frac{\alpha^2 s}{\cos^2\dfrac{\alpha^2 s^2}{2}}\right) \Big/ \left(1+\tan^2\frac{\alpha^2 s^2}{2}\right) = \alpha^2 s \tag{2}$$

曲率は Eq. 2 に示す通りであり、曲率が曲線の長さに比例するという特徴を持つことが分かる。Eq. 1 に於いて $\alpha = 1$、$s = 0 \sim 3\pi$ の範囲で求めた曲線の形を Fig. 2 に示す。

クロソイド曲線を加速度緩和曲線に適用する場合には、原点から曲率がフィラー半径の逆数に等しくなる点までの部分を用いる。容器の搬送速さを一定とすれば、曲線上を容器が移動する長さは時間に比例することとなるので、容器に掛かる加速度を時間に比例して減ずることが出来る。

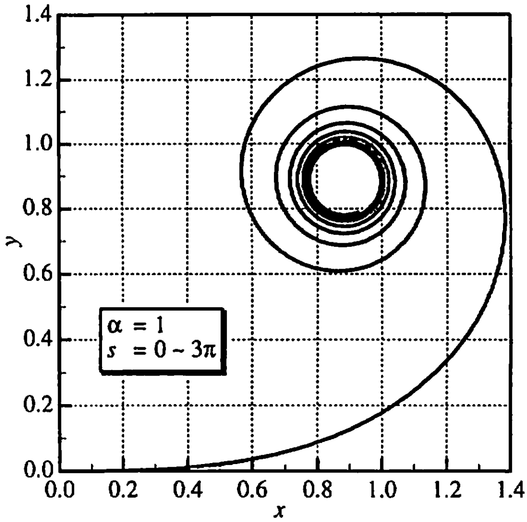


Figure 2. Clothoid curve

2.3 従来技術に於ける問題点

2.3.1 クロソイド曲線を用いる場合の制約

クロソイド曲線をオフセット排出時の加速度緩和曲線に用いる場合には、その終点に於いて曲率がフィラー半径の逆数に等しくなければならないという条件以外にもう一つの条件が存在する。それは、終点に於ける曲線の接線の傾きが振り出し開始角度に等しくなければならない、ということである。この条件が揃わないと搬送される容器の進行方向、即ち速度ベクトルの向きの変化が不連続となってしまう。クロソイド曲線の接線の傾き θ は Eq. 3 で求められる。

$$\theta(s) = \tan^{-1}\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha^2 s^2}{2} \tag{3}$$

今、加速度緩和曲線全体の長さを s_R、フィラー半径を R、振り出し開始角度を θ_R と

する。$s = s_R$ の時、曲率が $1/R$、曲線の接線の傾きが θ_R に等しくなければならない、という条件から次式が求められる。

$$\left.\begin{array}{l}\kappa(s_R) = \alpha^2 s_R = \dfrac{1}{R} \\ \theta(s_R) = \dfrac{\alpha^2 s_R^2}{2} = \theta_R\end{array}\right\} \Rightarrow s_R = 2R\theta_R \quad (4)$$

Eq. 4 は、フィラー半径と振り出し開始角度が決まると加速度緩和曲線の長さが一意的に定まってしまう、ということを意味する。

ここで加速度緩和曲線の長さがどの程度になるのか試算してみる。フィラー半径を 2,227 mm、振り出し開始角度を 5° とすると、Eq. 4 より加速度緩和曲線長さは約 389 mm となる。フィラーの充填バルブ数を 156 個、フィラーの生産能力を毎分 2,000 缶とすると容器の搬送速さは約 2.99 m/s となるが、この時長さ 389 mm の加速度緩和曲線は僅か 0.13 秒で通過してしまうこととなる。上記の試算では振り出し開始角度を 5° とした。最近の高速生産に対応したフィラーはフィラー全体の大きさを少しでも小さくしようとするために、充填工程に割り当てる角度を出来るだけ大きくしようとする傾向にある。何故ならば、充填に要する時間を短縮することは非常に難しい為である。その結果としてオフセット振り出しに確保できる角度が小さくなっている (Fig. 1 参照)。例えば試算した例のように 5°、或いは 3° 程度しか確保することが出来ないフィラーもある。このようなフィラーでは加速度緩和曲線を通過する時間がもっと小さくなる。

2.3.2　円筒容器内の液面振動と加速度緩和曲線に必要な長さ

加速度緩和曲線の目的の一つは、フィラー円内でその加速度のために傾いている液面をフックアップコンベア内での水平な液面状態にまで液面に不必要な動揺を与えることなく静かに移行させることにある。その為に必要な時間を見積もるためには容器内に充填された液面がどのような挙動をとるのかを理解する必要がある。そこで、円筒容器に満たされた液体の振動 (スロッシングと呼ぶ) の様子を検討する。

直径 D の円筒容器内に液深さ h の液体が入っているとき、その液体の振動周波数は Eq. 5 で求められる[3)]。

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{D}k_{nm}\tanh\left(2k_{nm}\frac{h}{D}\right)} \quad (5)$$

ただし Eq. 5 中、k_{nm} は J_n を第 1 種ベッセル関数とするとき次の Eq. 6 の解である。

$$\frac{dJ_n(z)}{dz} = 0 \ (n = 0, 1, 2, \cdots) \quad (6)$$

Fig. 3 に Eq. 6 の左辺が取る値の変化の様子を示した。Fig. 3 に明らかなように Eq. 6 の左辺の値は周期的に変化し、その値をゼロとする解は複数存在するが、それらの解のうち小さいものから $m = 1, 2, 3, \cdots$ とする。今こ

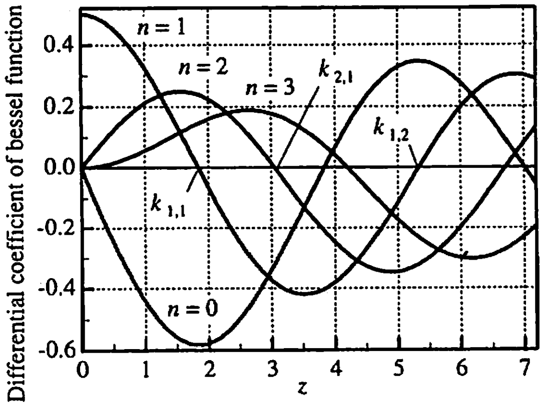


Figure 3. Changes of the differential coefficient of bessel function of the first kind

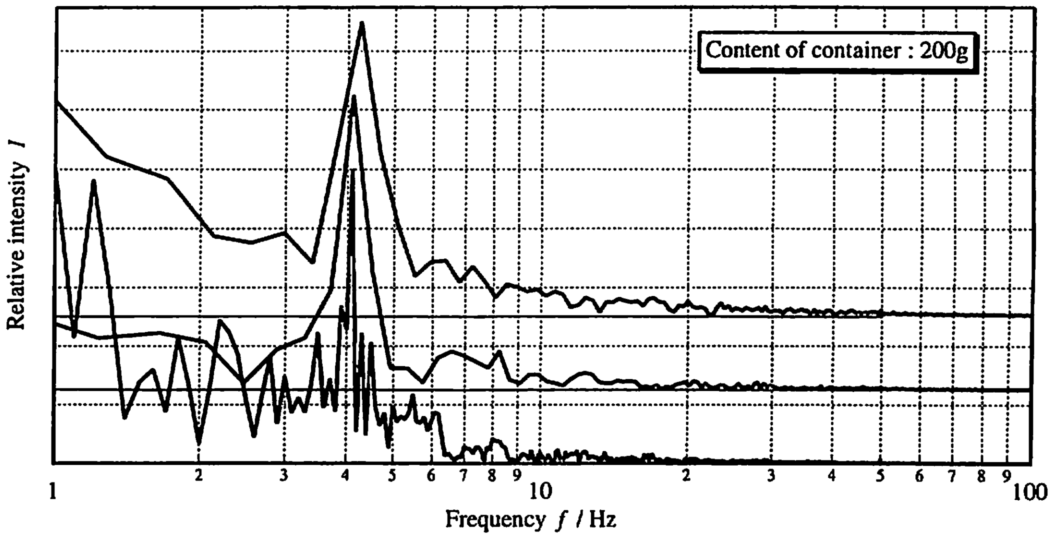


Figure 4. Experimental measurement of sloshing frequency for cylindrical container

こで検討対象とする液面振動は沢山存在する振動モードのうち、最も低次で長い振動周期をもったものである。従って最も小さな振動周波数を求めればよいこととなる。Eq. 5 より k_{nm} が小さくなれば振動周波数も小さくなることが分かる。Fig. 3 から、最も小さい値の k_{nm} は $n=1, m=1$ の時に得られることが分かるが、その値は $k_{1,1} \approx 1.84118$ である。

この値を Eq. 5 に代入して幾つかの缶サイズについて振動周期を求めた結果を Table 1 に示す。内容量が 200 g と 250 g の缶については 0.24 秒、350 g の缶については 0.27 秒という値が理論値より得られた。この値を検証するために次に示す方法で実験を行った。内容量が 200 g の缶に水を入れ、強制振動を加えたときの水の振動を容器の側面外側に貼り付けた歪みゲージによって測定した。得られた振動波形に対して FFT による周波数解析を行った結果を Fig. 4 に示す。Fig. 4 は 3 回の実験結果を併せて示しているが、どの場合も振動数 4.2 Hz 付近にピークを持つことが分かり、理論的に求めた値と良い一致を示すことが分かる。

Table 1. Theoretical value of sloshing vibration cycle

Content of container Q [g]	200	250	350
Diameter D [mm]	53	53	66
Liquid depth h [mm]	88	115	100
Frequency f [Hz]	4.2	4.2	3.7
Cycle T [sec]	0.24	0.24	0.27

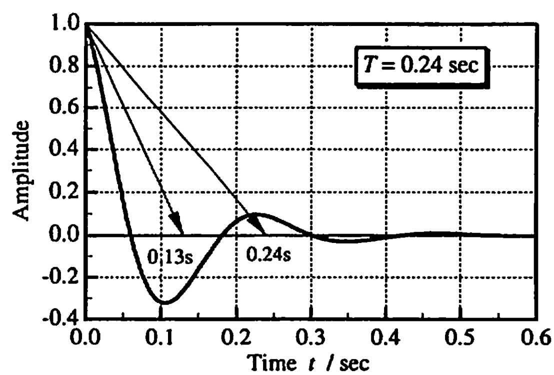


Figure 5. Model curve of sloshing waveform

周期が 0.24 秒である液面振動が減衰し振幅ゼロへと収束していく様子を模式化して Fig. 5 に示す。前に示した計算例では加速度緩和曲線を通過する時間が 0.13 秒であった。このことは液面を傾けている外力（遠心力）がこの時間で最大値からゼロへと変化していくことを意味するが、フィラー搬送曲線の設計に於ける従来の経験などから 0.13 秒という時間では加速度を緩和するのに不十分であると考えられる。この現象を 0.24 秒の周期で自由振動する系に加わる強制加振力の変動として捉え、強制加振力の変動（振動）周期を $0.13 \times 4 = 0.52$ 秒に相当するものと考えれば、自由振動に対する強制振動の周波数比は $\eta = 0.24/0.52 \approx 0.46$ となり強制振動による自由振動の振幅倍率は $1/(1-\eta^2) \approx 1.27$ と求められる[4]。このことは、傾いた液面の水平面への復原に対して 0.13 秒間での外力変化が少なからず影響を及ぼしている可能性を示唆していると考えられる。

加速度緩和曲線の目的は、傾いた液面を動揺なく（液零れなく）水平へ復原させることと、容器そのものにかかる加速度をスムーズに減少させて衝撃を与えないようにすることである。この加速度緩和のために必要な最低時間を求めるためには、上に述べた液面の水平面への安定した復原に対する検討、及び衝撃を与えないための缶にかかる加速度の変化に関する検討が必要であり、今後の研究課題の一つであると考えている。本報に於ける今回の検討では、液面の復原の観点から少なくとも振動周期の1周期分が必要であろうという仮定を、従来の経験とも照らし合わせて行った。従って 200 g 缶の場合では 0.24 秒以上必要であるということになる。この場合、上で求めた自由振動に対する強制振動の周波数比は 0.25 となって、強制振動による自由振動の振幅倍率はおよそ 1.07 と 1 に近づき、その影響が小さくなる。0.24 秒という値を加速度緩和曲線の長さに換算すると、容器の搬送速さが 3 m/s の時、720 mm に相当する。前に示した計算例では加速度緩和曲線の長さが 389 mm という結果であり、従ってクロソイド曲線を用いた場合には加速度を徐々に緩和するための十分な緩和曲線長さを確保することが出来ない、という問題点があることが明らかである。

3. 新加速度緩和曲線

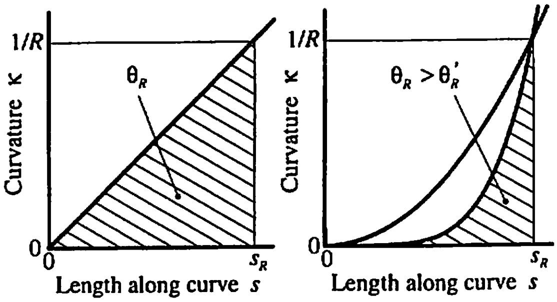
3.1 曲率指数変化曲線

本研究では、クロソイド曲線を加速度緩和曲線に適用した場合に顕在する前記の問題点を解決するために、新たな加速度緩和曲線を見出すべく考察を行い、新規の加速度緩和曲線を考案するに至った。以下にその考察の過程と共に新しい加速度緩和曲線について説明する。

まず曲線の曲率について考える。曲率は Eq. 7 に示すように曲線の接線の傾きを曲線の長さで微分したものとして定義される。

$$\kappa = \frac{d\theta}{ds} \quad \Rightarrow \quad \theta = \int \kappa(s)\, ds \tag{7}$$

これを換言すれば、曲線の傾きは曲率の積分である、ということになる。Eq. 2 に示したように、クロソイド曲線の曲率は曲線に沿って測った曲線の長さに比例する。そして曲線の長さが s_R になるとき、曲率はフィラー半径の逆数に一致しなければならない。この関係を Fig. 6 (a) に示した。曲率の積分が曲線



(a) Proportional change (clothoid) (b) Exponential change

Figure 6. Changes of curvature

の接線の傾きであるということは、Fig. 6 (a) に於いてハッチングで示した曲率変化を示す線（直線）と x 軸とで囲まれた部分の面積が曲線の傾きに相当する、ということである。従って曲線の長さが s_R のときの曲率変化線と x 軸で囲まれた部分の面積が振り出し開始角度 θ_R に一致することとなる。

クロソイド曲線を加速度緩和曲線に適用した場合の問題点は、フィラー半径と振り出し開始角度が決まると加速度緩和曲線の長さが一意的に決まり、その長さが必要な長さに足りない点にある。見方を変えれば、必要な加速度緩和曲線の長さを確保しつつ振り出し開始角度を小さくできれば良い、ということになる。このことは、Fig. 6 (a) に於いて曲線の長さが s_R の時、曲率がフィラー半径の逆数 $1/R$ に等しくなる右上の点はそのままで、振り出し開始角度 θ_R に相当する曲率変化線と x 軸で囲まれた部分の面積を小さくすることに他ならない。そこで、曲率が Eq. 8 に従って変化する曲線を考案した。

$$\kappa(s) = \beta \cdot s^{\xi} \tag{8}$$

Eq. 8 の指数 ξ の値が 1 より大きいとき、Fig. 6 (b) に示したようにクロソイド曲線の場合よりも振り出し開始角度に相当する曲率変化線と x 軸とで囲まれた部分の面積が小さくなる（$\theta_R > \theta_R'$）。従って曲率が Eq. 8 で変化する曲線を用いることにより、同じ加速度緩和曲線の長さ、同じフィラー半径の場合でも、振り出し開始角度をクロソイド曲線の場合よりも小さくすることが可能となる。Eq. 8 中のパラメータ β の値は、曲線の長さが s_R の時、曲率がフィラー半径の逆数に一致しなければならない、という条件から次のように求めることが出来る。

$$\kappa(s) = \beta \cdot {s_R}^{\xi} = \frac{1}{R}$$

$$\beta = \frac{1}{R \cdot {s_R}^{\xi}}$$

結果として、曲率変化の式は Eq. 9 となる。

$$\kappa(s) = \frac{s^{\xi}}{R \cdot {s_R}^{\xi}} \tag{9}$$

本報では曲率が Eq. 9 に従って変化する曲線を拡張クロソイド曲線と呼ぶことにする。さて次に曲線上の点の座標を示す式、所謂曲線の式を求める[5)]。まず曲線の接線の傾きは曲率を積分して次のように求められる。

$$\theta(s) = \int_0^s \kappa(s)\, ds$$

$$= \int_0^s \frac{s^{\xi}}{R \cdot {s_R}^{\xi}}\, ds = \frac{s^{\xi+1}}{R \cdot {s_R}^{\xi}(\xi+1)}$$

ここで、ベクトル関数 γ を定義する。

$$\gamma(s) = [\cos\theta(s), \sin\theta(s)]$$

$$= \left[\cos\frac{s^{\xi+1}}{R \cdot {s_R}^{\xi}(\xi+1)}, \sin\frac{s^{\xi+1}}{R \cdot {s_R}^{\xi}(\xi+1)}\right]$$

そうすると γ を用いて、曲線上の点の xy 座標は次の式によって求めることが出来る。

$$c(s) = \int_0^s \gamma(s)\, ds$$
$$= \left[\int_0^s \cos \frac{s^{\xi+1}}{R \cdot s_R^{\xi}(\xi+1)}\, ds, \right.$$
$$\left. \int_0^s \sin \frac{s^{\xi+1}}{R \cdot s_R^{\xi}(\xi+1)}\, ds \right] \qquad (10)$$

Eq. 10 中のパラメータ ξ の値は、曲線の長さが s_R の時、曲線の接線の傾きが振り出し開始角度にならなければならない、という条件から次の方程式を得ることができ、

$$\theta(s_R) = \frac{s_R^{\xi+1}}{R \cdot s_R^{\xi}(\xi+1)} = \frac{s_R}{R(\xi+1)} = \theta_R$$

これを解いて Eq. 11 により求められる。

$$\xi = \frac{s_R}{R \cdot \theta_R} - 1 \qquad (11)$$

3.2 数値計算法

曲線の式は Eq. 10 の通りに求められたが、この式は積分表示のままであるので実際に曲線上の点の座標値を求める場合には不便である。そこで Eq. 10 を数値計算する方法を次に述べる。Eq. 10 は s_R、R、及び ξ が実数で、s、s_R、及び R が正、ξ が-1 より大きい、という条件の元では下記の Eq. 12 のように解くことが出来る。

下に示した条件について吟味する。まず、本曲線を加速度緩和曲線に用いる場合には s、s_R、R の各変数は実数でかつ正である。ξ もまた実数であるが、この値についてはクロソイド曲線の問題点を解決するために用いる場合、必ず 1 より大きくなる条件で使用することから、この条件は成立することが明らかである。

Eq. 12 中、${}_1F_2$ で示したものは Pochhammer による一般化された超幾何級数[6] であって、Eq. 13 に示す形で定義される。

$${}_pF_q(\alpha_1, \cdots, \alpha_p; \beta_1, \cdots, \beta_q; z)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha_1)_n \cdots (\alpha_p)_n}{(\beta_1)_n \cdots (\beta_q)_n} \cdot \frac{z^n}{n!} \qquad (13)$$

特に今の場合、$p=1, q=2$ であるので次の Eq. 14 に示す形となる。

$${}_1F_2(\alpha; \beta_1, \beta_2; z)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_n}{(\beta_1)_n (\beta_2)_n} \cdot \frac{z^n}{n!} \qquad (14)$$

Eq. 13, 14 中、$(\alpha)_n$ は Eq. 15 に示す級数を表すものとする。

$$(\alpha)_n = \alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\cdots(\alpha+n-1)$$
$$= \frac{\Gamma(\alpha+n)}{\Gamma(\alpha)}, \ (\alpha)_0 = 1 \qquad (15)$$

なお、Eq. 15 中の $\Gamma(x)$ はガンマ関数である。

Eq. 13, 14 に於いて総和の繰り返し計算数を多くするほど計算精度は向上するが、その分計算時間が掛かる。実用上必要十分と考えられる所で繰り返し計算をうち切るためには、これらの値の収束の度合いを調べる必要がある。今、ξ が 1～10 の範囲とし、s_R の最大値

$$c(s) = \begin{cases} \displaystyle\int_0^s \cos \frac{s^{\xi+1}}{R \cdot s_R^{\xi}(\xi+1)}\, ds = s \cdot {}_1F_2\left[\frac{1}{2(\xi+1)}; \frac{1}{2}, \frac{2\xi+3}{2(\xi+1)}; -\frac{s^{2(\xi+1)}}{4R^2 \cdot s_R^{2\xi}(\xi+1)^2} \right] \\ \displaystyle\int_0^s \sin \frac{s^{\xi+1}}{R \cdot s_R^{\xi}(\xi+1)}\, ds = \frac{s^{\xi+2}}{R \cdot s_R^{\xi}(\xi+1)(\xi+2)} \cdot {}_1F_2\left[\frac{\xi+2}{2(\xi+1)}; \frac{3}{2}, \frac{3\xi+4}{2(\xi+1)}; \right. \\ \displaystyle\qquad \left. -\frac{s^{2(\xi+1)}}{4R^2 \cdot s_R^{2\xi}(\xi+1)^2} \right] \end{cases} \qquad (12)$$

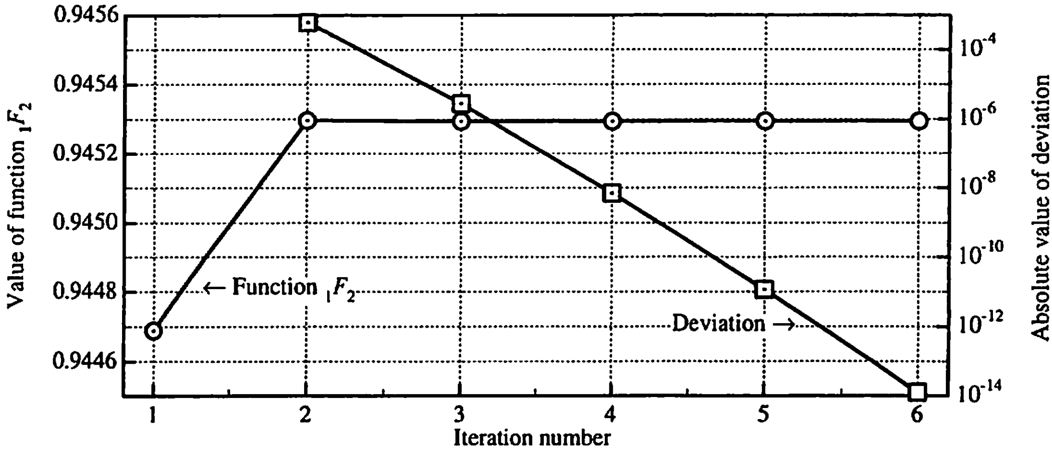


Figure 7. Relations between the value of the hypergeometric function $_1F_2$ and iteration number

をフィラー円周の 1/4 とするとき Eq. 14 中の各変数が取りうる値は、$\alpha = 0.04545 \sim 0.75$, $\beta_1 = 0.5, 1.5$, $\beta_2 = 1.04545 \sim 1.75$, $z = 0 \sim -0.03855$ である。総和の繰り返し数 n に対して $_1F_2$ の値が最も大きく変化するのは $\alpha = 0.75$, $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 1.04545$, $z = -0.03855$ の時であって、この時の変化の様子を Fig. 7 に示す。Fig. 7 の右軸には、一つ前の値（$n = n-1$ の値）との偏差の絶対値を対数目盛にて示した。この結果から、Eq. 14 に於ける総和の繰り返し計算数を 3 以上とすることによって、実用上十分な精度で値を求められることが分かる。

以上の Eq. 12～15 に示した式を用いることによって、拡張クロソイド曲線の曲線上の点の座標値を数値計算することが出来る。

3.3 適用例

拡張クロソイド曲線を加速度緩和曲線に用いた場合の計算例を示す。Table 2 に示した条件に於いて拡張クロソイド曲線を加速度緩和曲線に用いた場合のオフセット排出時の容器の搬送軌跡を Fig. 8 に示す。Fig. 8 には比較のため従来用いられていたクロソイド曲線を用いた場合の搬送軌跡も併せて示しているが、両者の曲線形状は似ているため、殆ど重なって示されている。しかしながら、クロソイド曲線を用いた場合には加速度緩和曲線長さが 389 mm しか取れないのに対して、拡張クロソイド曲線を用いると、加速度緩和曲線を任意の長さに設定することが出来る。この計算例では 800 mm とした。これらの搬送軌跡上を容器が搬送される際に、容器にかかる加速度の大きさを計算で求め、Fig. 9 に示した。フィラー内で充填される容器には、約 4 m/s^2 の大きさの加速度が掛かっているが、クロソイド曲線を用いた場合であると僅か 0.13 秒間で加速度ゼロへと変化するのに対し、

Table 2. Condition of an example

Filler radius R [mm]	2,227
Detached angle θ_R [deg]	5
Transport curve length s_R [mm]	800
Product capacity C [cpm]	2,000

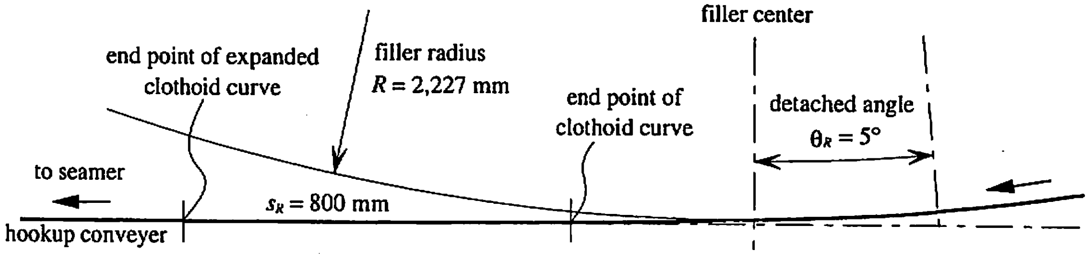


Figure 8. The transport path of container when an expanded clothoid curve is applied to offset discharge

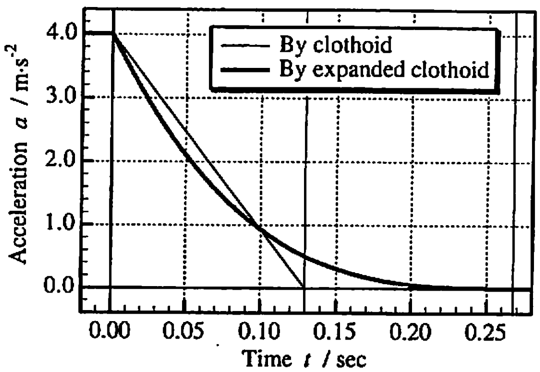


Figure 9. Changes of the acceleration be applied on a transported container

拡張クロソイド曲線を用いると 0.27 秒間に亘って加速度を徐々に減少させることが可能である。

拡張クロソイド曲線を用いた場合、Fig. 9 から分かるように従来のクロソイド曲線を用いた場合に比較して、加速度緩和時間を長くとることが可能となった代わりに加速度の変化率（減少率）が大きくなるところが存在する。遠心力のため傾いた液面を動揺なく（液零れなく）水平へ復原させることを考慮すると、加速度の変化率が大きくなることは望ましい方向ではなく、可能な限り小さく抑える方が良く、加速度緩和途中の加速度変化率が最大どの程度まで許容できるかという点については今後の更なる検討を要するが、拡張クロソイド曲線に於ける加速度変化率の大きさがクロソイド曲線のそれを上回っている時間はそれほど長くなく、これによる悪影響は少ないものと考えている。一方で加速度緩和曲線を抜け出た後、即ち直線軌道のフックアップコンベアに乗り移った後の容器、及び液面の安定性を考えると、加速度がゼロとなる直前の加速度変化率はなるべく小さい方が、加速度がゼロとなった後の容器、及び液面に残留する振動成分が小さく抑えられ安定性が高くなる。そして一番望ましいのは加速度変化率が連続でゼロに変化することであるが、拡張クロソイドを用いた場合は正にこの状態であって、フックアップコンベアに乗り移った後の容器、及び液面の動揺が少ない安定した搬送が得られる。

4. 結言

缶フィラーからシーマへ搬送するフックアップコンベアへの充填済み容器排出時に於けるオフセット排出に用いられる加速度緩和曲線について検討を行い、拡張クロソイド曲線と呼ぶ、曲率が曲線の長さに対して指数関数的に変化する新しい曲線を考案した。そしてこの曲線の数値計算法を明らかにした。この

拡張クロソイド曲線を用いることによって、従来はフィラー半径と振り出し開始角度によって一意的に決まっていた、加速度緩和曲線の長さを自由に設定することが出来るようになった。このことは、振り出し開始角度を大きく確保することが出来ない、最近の高速生産に対応したフィラーに於いても、十分な加速度緩和時間を確保するために必要な任意の緩和曲線長さを得ることが出来るものである。

この技術を用いることにより、高速生産時に於いても容器に対する衝撃を最低限にすることが可能で、容器の揺れがなく、内容液のこぼれがない、安定した容器搬送を実現することが出来る。

＜引用文献＞

1）シャーマン・ハウエル・クリード（他2名）、（エフ・エム・シー・コーポレーション）、特開昭48-77984
2）例えば、“岩波数学辞典”第2版（日本数学会編）、岩波書店、p. 442（1968）
3）“機械工学便覧”基礎編 A3 力学・機械力学、日本機械学会、p. A3-135（1986）
4）S. ティモシェンコ、D. H. ヤング、“応用力学＜動力学編＞”（渡辺茂、三浦宏文 訳）、好学社、p. 269（1984）
5）田澤義彦、“曲線論・曲面論”、ピアソン・エデュケーション、p. 56（1999）
6）例えば、石津武彦、“特殊関数論”、朝倉書店、p. 62（1963）

（原稿受付 2001 年 10 月 2 日）
（審査受理 2001 年 12 月 26 日）