

最適制御理論によるレトルト食品の 加熱殺菌温度プロフィールの最適化

寺島好己* 野中保雄**

Optimization of Retort Temperature Profile
during Thermal Processing of Conduction Heating Foods
in Retortable Pouches using Optimal Control Theory

Yoshimi TERAJIMA*, Yasuo NONAKA**

The optimal control theory was used to optimize quality retention for a given sterilizing value during sterilization of conduction heating foods packed in retortable pouches. The C-value (Ohlsson, 1980) was employed to describe the changes in sensory and nutritional properties as well as in the previous papers. This is an optimal control problem with unspecified terminal time, which was solved using the conjugate gradient minimization method of Fletcher and Reeves.

The optimum retort temperature profiles determined by this procedure for both volume average and surface C-value were considerably similar to those presented in the previous papers. It was found that these variable retort temperature profiles have significant advantages over the traditional constant temperature profiles.

This method may be also applicable to the heat treatment of canned foods for minimizing quality changes during heat sterilization.

Keywords : Thermal processing, Sterilization, Optimization, Optimal control, Retort, Retort temperature, Retort temperature profile, Retortable pouch

缶詰食品やレトルト食品などの加熱殺菌においては、所定の殺菌効果を達成しながら、品質面での劣化をできるだけさけるようにすることが望ましく高温殺菌法などがよく知られている。しかし、殺菌温度だけでは十分でなく、加熱条件としてのレトルト温度の最適なプロフィールを検討する必要がある。本報では前報と同様に一次元熱伝導をあたはめることができるレトルトパウチ詰食品のような偏平な被加熱体を対象とし、変分法による最適制御理論を応用して最適なレトルト温度プロフィールの探索をこころみた。その結果、評価関数として、Cv値の体積平均を対象にした場合も表面のCv値を対象にした場合も、前報までに報告した最適プロフィールとよく似たプロフィールが得られた。変分法による最適制御理論を用いたこの探索法は、缶詰食品の殺菌における品質保持を考える場合にも適用可能である。

キーワード：加熱殺菌、殺菌、最適化、変分、最適制御、レトルト、レトルト温度、レトルトパウチ

* 東洋製罐(株)技術本部(〒230 神奈川県横浜市鶴見区下野谷町1-8) : TOYO SEIKAN KAISHA, LTD., Technical Headquarters, Plastic Container Technical Department, 1-8, Shitanoya-cho, Tsurumi-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 230 ** 東京理科大学工学部経営工学科(〒162 東京都新宿区神楽坂1-3) : Department of Management Science, Faculty of Technology, Science University of Tokyo, 1-3, Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo, 162

1. 緒言

缶詰やレトルトパウチ詰食品などの加熱殺菌においては、所定の殺菌効果を達成しながら、栄養素や、テクスチャなどの品質面での劣化をできるだけさけるようにすることが理想的であり、高温殺菌法などが提案されている。しかし、殺菌温度だけでは十分ではなく、加熱条件としてのレトルト温度の最適なプロフィールを検討する必要がある。

前報¹⁾では、前々報²⁾と同様に一次元熱伝導をあてはめることができるレトルトパウチ詰食品のような偏平な被加熱体を対象とし、多変数関数の最小化の方法を応用し、共役勾配法を用いて、多段型レトルト温度の最適化をこころみだが、Cv値 (Cook-value)³⁾の体積平均 (Volume average) を対象にした場合も表面のCv値を対象にした場合も、結果は前々報の5種類のプロフィールの中で一番よかった台形型とよく似たプロフィールが得られた。

最適化の方法としては、前報で用いた多変数関数の最小化の方法のほかに変分法や動的計画法などを応用して最適なプロフィールを探索する方法がある。

Saguyら⁴⁾およびNadkarniら⁵⁾は、問題への取り組み方は異なるが、変分法の拡張であるポントリャギンの原理を応用し、缶詰食品の加熱殺菌中に栄養素を最も多く残存させるのに最適なレトルト温度プロフィールを探索している。これらの研究は、缶詰内に分布しているある個数の芽胞をある一定の個数以下にするという条件下で、チアミンの残存量を最大にするということから、最適なプロフィールの研究を行っている。

本報では、前報と同様に一次元熱伝導をあてはめることができるレトルトパウチ詰食品のような偏平な被加熱体について、厚み方向の中心でのF値を一定にするという条件で、変分法による最適制御理論を応用して最適なレトルト温度プロフィールの探索を行った。

2. 理論

2.1 変分法による最適制御理論⁶⁾

加熱殺菌において、所定の殺菌効果を達成しながら、栄養素や、テクスチャなどの品質面での劣化をできるだけさけるようにするという問題は、変分法における終端状態量拘束問題にあてはめることができる。

一般的な終端状態量拘束問題はつぎのような問題である。

系の状態方程式がつぎのように与えられているとする。

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t) \quad (1)$$

ただし、 t は独立変数、 x と u は、それぞれ、状態変数と制御変数 (入力) で、つぎのように t で表わされる n 次元、 m 次元ベクトルであり、

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad T \text{は転置を表わす。} \quad (2)$$

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T \quad (3)$$

f はつぎのような n 次元ベクトル関数であるとする。

$$f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T \quad (4)$$

そして、初期時間 ($t = 0$) における状態量の初期値が

$$x(0) = x_0 \quad (5)$$

で表わされる系があり、終端時間 ($t = t_f$: 未知) における状態量の終端値が

$$\psi = [x(t_f), t_f] = 0 \quad (6)$$

と拘束されているとする。このときつぎの評価関数

$$J = \phi [x(t_f), t_f] + \int_0^{t_f} L(x, u, t) dt \quad (7)$$

を最小にする制御入力を求める問題である。

ここで、随伴変数 λ (時間の関数) とラグランジュ乗数 v を導入し、評価関数 J をつぎのように拡張する。

$$J^* = [\phi + v^T \psi]_{t=0}^{t_f} + \int_0^{t_f} L^* dt \quad (8)$$

$$L^* = L + \lambda^T \left(f - \frac{dx}{dt} \right) \quad (9)$$

こうすると、最終的にはこの新しい評価関数 J^* を停留させるという問題となる。

評価関数 J^* の第一変分を計算し、ハミルトニアンを、

$$H = L + \lambda^T f \quad (10)$$

で定義すると、つぎのような停留条件が導かれる。

$$\text{随伴変数の微分方程式: } \frac{d\lambda}{dt} = - \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^T \quad (11)$$

$$\text{制御入力の最適性の条件: } \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (12)$$

$$\text{運動方程式: } \frac{dx}{dt} = f \quad (13)$$

$$\text{状態量の初期条件: } x(0) = x_0 \quad (14)$$

$$\text{状態量の終端条件: } \psi [x(t_f), t_f] = 0 \quad (15)$$

随伴変数の終端条件:

$$\lambda^T(t_f) = \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} + v^T \frac{\partial \psi}{\partial x} \right]_{t=t_f} \quad (16)$$

未知量 t_f に対する条件:

$$\left[H + \frac{\partial \phi}{\partial t} + v^T \frac{\partial \psi}{\partial t} \right]_{t=t_f} = 0 \quad (17)$$

実際に問題を解くには、これらの停留条件を満足するように、最終的には2点境界値問題を解くことになる。形式的な解法はつぎの通りである。式 (12) を u について解き、式 (11)、(13) に代入し、この二つの微分方程式を、両端の境界条件である式 (14)、(16) を満たすように解く。このとき v は未定乗数であるが、これは式 (15) を用いて決定できる。また、未知量 t_f は式 (17) から決定できる。

2.2 微生物や栄養素などの破壊速度

時間 t が 0 から冷却終了時間 t_f まで経過したとき、ある一定量の微生物を破壊し栄養素などをできるだけ多く残存させるためにはどうしたらよいかということであるが、それには、前報で述べたように殺菌学で F 値、 C_v 値として知られている量に関し、 F 値を一定とし C_v 値を最小にするという問題を解けばよいことになる。ここでは一次元熱伝導を想定し、 F 値は被加熱体の中心を対象にすることにし、 C_v 値の体積平均を C_M とすると、 F と C_M はつぎのように表わされる。

$$F = \int_0^{t_f} \exp\left(\frac{\theta_1 - \theta_{1s}}{z_1/2.303}\right) dt \quad (18)$$

$$C_M = \int_0^{t_f} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \exp\left(\frac{\theta - \theta_{zs}}{z_2/2.303}\right) dx dt \quad (19)$$

ただし、

- z_1, z_2 : 微生物や栄養素などの D 値⁹⁾ をもとの値の1/10にするのに必要な温度変化
- θ_{1s}, θ_{zs} : 標準温度⁹⁾
- θ : 被加熱体の温度
- θ_1 : 被加熱体の中心温度
- a : 被加熱体の厚みの1/2
- t_f : 冷却終了時間

被加熱体の表面の C_v 値を対象にする場合には、式 (19) は表面温度を対象にすればよい。

2.3 最適化モデル

時間 t における F 値と C_M の値をそれぞれ x_1 、 x_2 とし、さらに時間 t で微分すると式 (20) と式 (21) が得られる。

$$\frac{dx_1}{dt} = \exp\left(\frac{\theta_1 - \theta_{is}}{z_1/2.303}\right) = f_1 \quad (20)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \exp\left(\frac{\theta - \theta_{zs}}{z_2/2.303}\right) dx = f_2 \quad (21)$$

$t=0$ では、 $x_1 = x_2 = 0$ であり、式 (6) の関数 ψ にはペナルティ関数を導入することにして、終端状態量拘束問題にこの問題をあてはめると、つぎのようにモデル化することができる。

$$x = (x_1, x_2)^T, u = u, f = (f_1, f_2)^T \quad (22)$$

$$x(0) = (0, 0)^T, \psi = \frac{1}{2} (x_1(t_f) - F_c)^2 \quad (23)$$

$$\phi = x_2(t_f), L = 0 \quad (24)$$

随伴変数を λ_1 、 λ_2 とするとハミルトニアンはつぎのように表わされる。

$$H = \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 \quad (25)$$

以上のようにモデル化ができれば、冷却水温度 u_c 、 F 値およびそのほかの諸係数を与え、式 (11) から式 (17) を使い、式 (12) から u が解析的に計算できれば、レトルト温度 u の最適解が求まる。しかしながら、式 (12) が解析的に解けるのは、ごく限られた場合であって、一般には解析解が求まらない場合が多い。

本報の場合も式 (12) から、 u の解析解を求めることはできない。このような場合は数値計算によって、 u の最適値を探索して行かねばならない。

3. 結果および考察

3.1 評価関数の勾配

レトルト温度プロフィールとして、Fig. 1 のような多段型の温度プロフィールを考え、つぎのような制御入力 u を考える。

$$u = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T \quad (26)$$

$$y_i = 0 \quad 0 \leq t \leq (i-1) \Delta T, \quad i \Delta T < t \\ = u_i \quad (i-1) \Delta T < t \leq i \Delta T \quad (27)$$

ただし、 $\Delta T = t_h/N$ (N : 分割数)

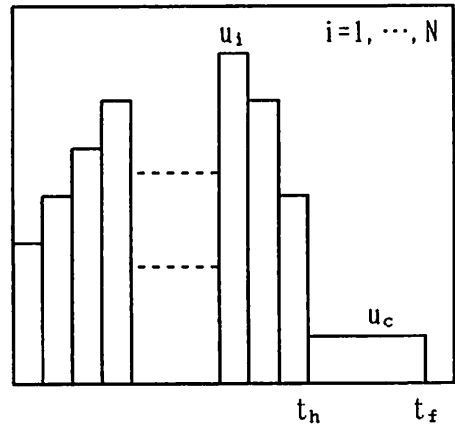


Fig. 1 Sequence of multiple steps

変数としてはレトルト温度 y_i ($i=1, \dots, N$) と加熱時間 t_h であるが、実際に計算を進めるためには、評価関数の勾配を計算する必要がある。すなわち、式 (8) の評価関数 J^* に関して、 $\partial J^*/\partial y_i$ 、 $\partial J^*/\partial t_h$ を計算しなければならない。

1) ハミルトニアン

2.3で述べた ϕ 、 ψ 、 H を、式(11)、(16)に代入するとつぎの各式が求まる。

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = 0 \quad (28)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = 0 \quad (29)$$

$$\lambda^T(t) = [\nu_1 (x_1(t) - Fc), 1] \quad (30)$$

ただし、 $\nu^T = (\nu_1, \nu_2)$

Fc はあらかじめ与えられる F 値である。これらの式より、 λ_1 、 λ_2 は時間に関係なく一定の値であり、つぎのように計算される。

$$\lambda_1 = \nu_1 (x_1(t) - Fc) \quad (31)$$

$$\lambda_2 = 1 \quad (32)$$

式(25)、(31)、(32)よりハミルトニアンはつぎのようになる。

$$H = \lambda_1 f_1 + f_2 \quad (33)$$

2) $J_{y_i}^*$ ($= \partial J^* / \partial y_i$) の計算

式(27)とFig. 1より $\partial J^* / \partial y_i$ は $\partial J^* / \partial u_i$ であるので、 $\partial J^* / \partial u_i$ を計算すればよいことになる。式(23)、(24)より $L=0$ であり、 ϕ も ψ も u_i を陽に含まないで、式(8)からつぎの式(34)が得られる。

$$\frac{\partial J^*}{\partial u_i} = \int_0^{t_i} \frac{\partial H}{\partial u_i} dt \quad (34)$$

いま、Fig. 1で $\Delta T = t_n / N$ の N を大きくして ΔT を非常に小さくした場合を考える。

$t = i \Delta T$ のときは u_i が対応するが、もし、 $\partial H / \partial u_i$ は $t = i \Delta T$ のときのみを考えればよく、これ以外の時間では、 $\partial H / \partial u_i = 0$ であるとすれば、最適性の条件として、 $\partial J^* / \partial u_i = \partial H / \partial u_i$ が成り立つことはよく知られ

ている⁷⁾⁸⁾。これが2.1で述べた式(12)の制御入力最適性の条件に相当する。また、この条件は式(34)からも導くことができる。

しかしながら、本報の場合は、 $\partial H / \partial u_i$ は $t = i \Delta T$ 以外の時間において $\partial H / \partial u_i = 0$ ではなく $\partial J^* / \partial u_i = \partial H / \partial u_i$ を適用することはできないので、式(34)の値を求める必要が生じる。

式(33)より $\partial H / \partial u_i$ はつぎのようになる。

$$\frac{\partial H}{\partial u_i} = \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial u_i} + \frac{\partial f_2}{\partial u_i} \quad (35)$$

また、式(20)、(21)よりつぎの式が得られる。

$$\frac{\partial f_1}{\partial u_i} = \exp\left(\frac{\theta_1 - \theta_{1s}}{z_1/2.303}\right) \frac{1}{z_1/2.303} \frac{\partial \theta_1}{\partial u_i} \quad (36)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial u_i} = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \exp\left(\frac{\theta - \theta_{2s}}{z_2/2.303}\right) \frac{1}{z_2/2.303} \frac{\partial \theta}{\partial u_i} dx \quad (37)$$

式(36)、(37)を計算するためには、 $\partial \theta_1 / \partial u_i$ 、 $\partial \theta / \partial u_i$ を計算しなければならないが、そのためには、被加熱体の温度が必要である。

一次元熱伝導の場合、周囲の温度が時間によって変化するときの、被加熱体の厚み方向の温度 θ の理論解は、Duhamelの定理を使うと、つぎの式(38)のように求められる。

$$\theta(x, t) = \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-B_n t) C_n + \int_0^t u(\tau) \sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n \exp\{-B_n(t - \tau)\} C_n d\tau \quad (38)$$

ただし、

θ_0 : 初期温度 a : 厚みの1/2
 $u(t)$: 周囲温度 x : 厚みの中心からの距離
 α : 温度伝導率

$$A_n = 2 \sin\left(\frac{2n-1}{2} \pi\right) / \left(\frac{2n-1}{2} \pi\right)$$

$$B_n = \alpha \left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{1}{a}\right)^2 \quad C_n = \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{x}{a}\right)$$

$$\begin{aligned} \theta = & u_i - (u_i - u_{i-1}) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp[-B_n \{t - (i-1)\Delta T\}] C_n \\ & - (u_{i-1} - u_{i-2}) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp[-B_n \{t - (i-2)\Delta T\}] C_n \\ & \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ & - (u_2 - u_1) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp[-B_n \{t - 1 \cdot \Delta T\}] C_n \\ & - (u_1 - \theta_0) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp[-B_n \{t - 0 \cdot \Delta T\}] C_n \end{aligned} \quad (39)$$

ただし、 $(i-1)\Delta T < t \leq i\Delta T$ 、 $i=1, 2, \dots, N+1$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial u_i} = & 0 & 0 \leq t \leq (i-1)\Delta T \\ = & 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp[-B_n \{t - (i-1)\Delta T\}] C_n & (i-1)\Delta T < t \leq i\Delta T \\ = & \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp[-B_n \{t - i\Delta T\}] C_n - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp[-B_n \{t - (i-1)\Delta T\}] C_n & i\Delta T < t \end{aligned} \quad (40)$$

この式 (38) を使ってレトルト温度が Fig. 1 のように表わされる場合の被加熱体の厚み方向の温度を求めるとつぎの式 (39) となる。

式 (39) より $\partial \theta / \partial u_i$ はつぎの式 (40) のように求められる。

ただし、 $\partial \theta_i / \partial u_i$ は厚み方向の中心温度 θ_i を問題にしているので式 (40) で $C_n = 1$ とおけばよい。以上より、式 (34) が計算でき、 $\partial J^* / \partial u_i$ を求めることができる。

3) J_h^* (= $\partial J^* / \partial t_h$) の計算⁶⁾

前報で述べたように中心温度 θ_i が 70℃ 以下になったとき計算を打ち切ることにしたが、本報でも同様に考えることにし、この計算打ち切り時間を冷却終了時間 t_r とし、加熱終了時間 t_h とはつぎの式 (41) で関連づけられるとする。

$$t_r = (1+C) t_h \quad (C: \text{定数}) \quad (41)$$

ここで、2.1 で述べた式 (17) の未知量 t_r に対する条件式を考えてみると、中心温度 θ_i が 70℃ 以下になったときのハミルトニアン H

を、前々報の Table 2 のデータから計算すると、 ν_1 をかなり大きくとっても $H=0$ とみなすことができる。式 (23)、(24) より、 ϕ 、 ψ には、 t が陽には含まれていないので、 $\partial \phi / \partial t = \partial \psi / \partial t = 0$ となる。以上より、この問題では式 (17) はもともと満足されており、式 (17) からは t_r に関する情報は得られないことになる。

加熱終了時間 t_h の最適化の条件としては、 $\partial J^* / \partial t_h = 0$ であるが、数値計算で t_h を求めるためには $\partial J^* / \partial t_h$ を計算しなければならない。

いま、時間 t を t_r で無次元化し、

$$\tau = \frac{t}{t_r} \quad (42)$$

で定義される無次元時間 τ を使用し、 $d\tau = dt/t_r$ 、 $dx/dt = (dx/d\tau) / t_r$ を考慮すると、式 (8) はつぎのようになる。

$$J^* = [\phi + \nu^T \psi]_{\tau=1} + \int_0^1 [t_r L + \lambda^T \{t_r \frac{dx}{d\tau}\}] d\tau \quad (43)$$

式 (23)、(24) より $L=0$ であり、 ϕ 、 ψ には、 t_h が陽には含まれていないので、 $\partial J^* / \partial t_h$ はつぎの式 (44) のように計算される。

$$\frac{\partial J^*}{\partial t_h} = \int_0^1 \frac{\partial}{\partial t_h} (t_i H) d\tau \quad (44)$$

式 (41) を考慮すると、式 (44) はつぎのようになる。

$$\frac{\partial J^*}{\partial t_h} = (1+C) \int_0^1 \left(H + t_h \frac{\partial H}{\partial t_h} \right) d\tau \quad (45)$$

式 (45) の積分項は式 (46) のように変形できる。

$$\int_0^1 \left(H + t_h \frac{\partial H}{\partial t_h} \right) d\tau = \sum_{i=1}^N \left[\int_{(i-1)D\tau}^{iD\tau} \left(H + t_h \frac{\partial H}{\partial t_h} \right) d\tau \right] \quad (46)$$

$$\text{ただし、} D\tau = \frac{1}{N_i} = \frac{1}{N(1+C)}$$

さらに、 $D\tau$ を M 分割して、 $\Delta\tau = D\tau / M$ とすると、式 (46) の第 i 番目の項の τ と t は、 $\tau = (i-1)D\tau + j\Delta\tau$ であり、 $t = t_i$ 、 $\tau = (i-1)t_h/N + j(t_h/N/M)$ であるので、 $\Delta T = t_h/N$ 、 $\Delta t = \Delta T/M$ とすると、式 (46) の右辺の第 i 番目の項はつぎのように計算される。

$$\int_{(i-1)D\tau}^{iD\tau} \left(H + t_h \frac{\partial H}{\partial t_h} \right) d\tau = \sum_{j=1}^M \left(H + t_h \frac{\partial H}{\partial t_h} \right)_{t=(i-1)\Delta T + j\Delta t} \cdot \frac{1}{N(1+C)M} \quad (47)$$

式 (45)、(46)、(47) より、 $\partial J^* / \partial t_h$ は式 (48) のようになる。

$$\frac{\partial J^*}{\partial t_h} = \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^M \left(H + t_h \frac{\partial H}{\partial t_h} \right)_{t=(i-1)\Delta T + j\Delta t} \cdot \frac{1}{NM} \quad (48)$$

式 (48) で、 $i=N+1$ のときは、Fig. 1 で $t > t_h$ の冷却領域であるので、前にも述べたように中心温度 θ_1 が 70°C より低くなった時点で計算を打ち切ればよい。

この式 (48) を計算するためには、つぎの式 (49)、(50)、(51) を計算しなければならない。

$$\frac{\partial H}{\partial t_h} = \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial t_h} + \frac{\partial f_2}{\partial t_h} \quad (49)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t_h} = \exp\left(\frac{\theta_1 - \theta_{1s}}{z_1/2.303}\right) \frac{1}{z_1/2.303} \frac{\partial \theta_1}{\partial t_h} \quad (50)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t_h} = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \left(\frac{\theta - \theta_{2s}}{z_2/2.303} \right) \frac{1}{z_2/2.303} \frac{\partial \theta}{\partial t_h} dx \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t_h} &= (u_i - u_{i-1}) \sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n \exp[-B_n \{t - (i-1)\Delta T\}] C_n \left\{ \frac{i-i}{N} + \frac{j}{NM} \right\} \\ &+ (u_{i-1} - u_{i-2}) \sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n \exp[-B_n \{t - (i-2)\Delta T\}] C_n \left\{ \frac{i-(i-1)}{N} + \frac{j}{NM} \right\} \\ &\quad \vdots \\ &+ (u_2 - u_1) \sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n \exp[-B_n \{t - 1 \cdot \Delta T\}] C_n \left\{ \frac{i-2}{N} + \frac{j}{NM} \right\} \\ &+ (u_1 - \theta_0) \sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n \exp[-B_n \{t - 0 \cdot \Delta T\}] C_n \left\{ \frac{i-1}{N} + \frac{j}{NM} \right\} \end{aligned} \quad (52)$$

さらに $\partial \theta_1 / \partial t_h$ 、 $\partial \theta / \partial t_h$ を求めなければならない。

温度 θ は式 (39) で表されているので $\partial \theta / \partial t$ は式 (52) のように求められる。

ただし、 $\partial \theta_1 / \partial t_h$ は中心温度を対象にしているので式 (52) で $C_n = 1$ とおけばよい。以上より、式 (44) が計算でき、 $\partial J^* / \partial t_h$ を求めることができる。

3.2 収束計算のアルゴリズム

3.1 で求めた J_n^* 、 J_{n+1}^* は、式 (8) の評価関数 J^* の現在位置で最も勾配の急な方向であり、この方向をとる探索法が最急降下法であるが、実用アルゴリズムとしてはかならずしも有効でない場合もあるということから、この方法をベースにした種々の探索方法が考案されている⁷⁾。

多段型のレトルト温度を考えた場合、最適化すべき変数は、前にも述べたように、各段のレトルト温度と加熱時間である。探索方向を決めるには、各種の方法のうち、ここでは最も一般的な共役勾配法 (Fletcher - Reeves 法) を用いた。また、探索方向に踏み出すステップの長さは直線探索法の一方法である放物線近似法⁷⁾ を使用した。

いま、評価関数 J^* は n 個の変数 x の関数とし、 $J^* = f(x)$ のように定義すると共役勾配法のアルゴリズム⁷⁾ はつぎようになる。

- ① 変数 x の初期点 x_0 をあたえる。 $k = 0$ とおく。
- ② 探索方向 $d_0 = -f_x^T(x_0)$ を計算する。
- ③ $f(x_k + \alpha d_k)$ を最小にする α を計算し、
 $x_{k+1} = x_k + \alpha d_k$ を計算する。
- ④ $f(x_k)$ と $f(x_{k+1})$ とで収束判定し、収束していれば終了する。

- ⑤ $k = N_b - 1$ (N_b については後述) であれば⑧に行く。

$$\textcircled{6} \beta_k = \left\{ \int_0^t f_x(x_{k+1}) \cdot f_x^T(x_{k+1}) dt \right\} / \left\{ \int_0^t f_x(x_k) \cdot f_x^T(x_k) dt \right\}$$

を計算する。

ただし、 $f_x(x_k)$ は行ベクトルであり、 $f_x(x_k) \cdot f_x^T(x_k)$ はベクトルの内積を示す。

- ⑦ $d_{k+1} = -f_x^T(x_{k+1}) + \beta_k d_k$ を計算する。

$k = k + 1$ とおく。③へいく。

- ⑧ $x_0 = x_k$ 、 $k = 0$ とおいて、②へいく。

③の計算における直線探索は α を計算するのに非常な時間がかかるので、正確な直線探索よりもやや不正確な直線探索を行わざるを得ないが、その結果として誤差が蓄積する。

この誤差の蓄積をなくすために適当な段階で探索方向をもとの勾配方向にとりなおすのが有効であるといわれている⁷⁾。この段階を計算のくりかえし数が N_b になったときとし、計算を N_b 回くりかえしたところで②にもどることにする。

Fig. 1 に示されているレトルト温度と加熱時間の最適値の探索は、具体的には、各段のレトルト温度と加熱時間を変数とし、上記のアルゴリズムで計算をすすめた。ただし、②の計算は3.1にしたがって行なった。

3.3 最適レトルト温度プロフィール

3.3.1 諸係数

数値計算は、一次元熱伝導を対象にし、被加熱体の表面温度はレトルト温度とし、温度計算には理論解を用いた。

被加熱体の厚みは 10 (mm)、温度伝導率は 9.6 (mm²/min)⁹⁾、初期温度は 20 (°C) とし冷却温度は 20 (°C) とした。また、その他の

各係数は次の通りである。F_c = 5.0 (min)、z₁ = 10 (°C)、z₂ = 25 (°C)⁹⁾、θ_{1s} = 121.1 (°C) = 250 (°F)、θ_{2s} = 100 (°C) z₂は栄養素や色やテクスチャなどのうちのどれを対象にするかによってことなるが、ここでは、Browning reaction⁹⁾を対象にした。

3.3.2 標準型プロフィール (1 段型)

Fig. 2のような標準型プロフィールについてC_v値の体積平均C_Mに関し、レトルト温度の初期値を120°C、加熱時間の初期値を200secとして式(33)のハミルトニアンHの任意定数ν₁を種々変えて、共役勾配法により最適化の計算を行なった。その結果をTable 1に示す。

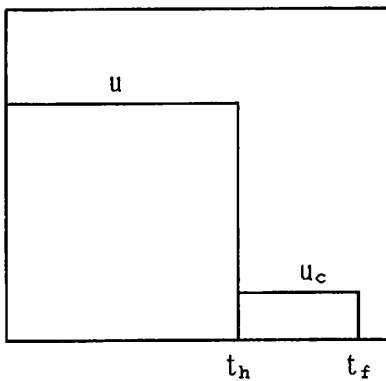


Fig. 2 Standard process

Table 1 Standard process (Conjugate gradient method)

ν ₁	u	t _h	F	C _M	N _c
100.0	134.19	21096	4.976641	28.61959	50
150.0	134.64	207.42	4.984574	28.62408	80
200.0	134.37	206.60	4.988317	28.63917	62
250.0	134.18	211.15	4.990539	28.65279	100

Units : u (°C), t_h (sec), F (min), C_M (min), N_c (cycle)

FとC_Mなどは、前報までと同様に厚みを20分割して計算し、冷却領域で中心温度が70°Cより低くなった時点で計算を打ち切った。以下の諸計算も同様である。

Table 1より、最適なレトルト温度は134°C近辺であることがわかるが、この結果は加熱時間t_h、C_Mをも含めて前報までの計算結果とほとんど一致している。また、ν₁が大きくなるとFは設定値のF_c = 5に近づく傾向がみられる。収束するまでの計算のくりかえし数N_cは、ν₁ = 100の時は50回程度であるが、ν₁が大きくなるにつれて増える傾向にありν₁ = 250では100回程度となっている。ちなみに計算はVAX4000/300を用いて行い、計算時間はν₁ = 100の時は約10分、ν₁ = 250の時は約20分であった。前報の多変数関数の最小化法による計算の場合のくりかえし数N_cと計算時間は、ν₁ = 100の時は約130回(約26分)、ν₁ = 250では約300回(約60分)であったので、本報の方が収束がはやいと考えられる。

この理由としては、3.2で述べたもとの勾配にもどす時のくりかえし数N_bが、前報では変数の数(この場合はn = N_b = 2)であったが、本報ではN_b = 5としていることと、3.2の共役勾配法のアルゴリズムの⑥でβ_kの内積の定

Table 2 Standard process (Steepest descent method)

ν ₁	u	t _h	F	C _M	N _c
100.0	121.63	502.07	4.982118	43.69687	50
150.0	121.60	502.83	4.959786	43.66298	80
200.0	124.63	367.79	4.980267	35.82463	62
250.0	124.69	366.20	4.984354	35.74283	100

Units : u (°C), t_h (sec), F (min), C_M (min), N_c (cycle)

義が前報とは異なることなどが考えられる。

なお、本報では、 N_b を種々変えて計算し、実際の収束値と収束までの計算のくりかえし数のデータから適当な $N_b = 5$ を選択した。

3.2の共役勾配法のアルゴリズムの⑥で $\beta_k = 0$ とおけば、最急降下法による計算ができるが、以上の計算をこの最急降下法によって行なった結果を Table 2 に示す。計算のくりかえし数を Table 1 の共役勾配法による計算の場合と同じにしたとき、最急降下法ではまだ 134°C 近辺に収束していないので、この問題では前報と同様に共役勾配法の方が最急降下法より収束がはやいと判断できそうである。

3.3.3 2段型プロフィール

Fig. 3 のような2段型のとき、 C_v 値の体積平均 C_M を対象にした場合は、前報で述べたように、レトルト温度 u_1 と u_2 を変化させて逐次計算で最適値を求めると、 u_1 、 u_2 の最適値はそれぞれ約 115°C 、約 136.5°C となり、加熱時間 t_h は約 235sec であった。

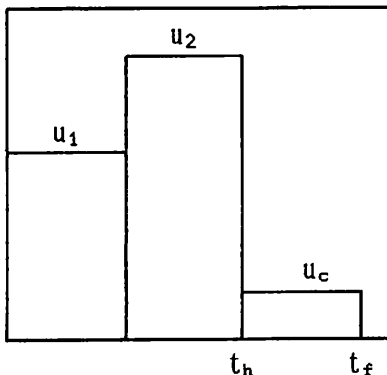


Fig. 3 Sequence of two steps

Table 3 Sequence of two steps
(Conjugate gradient method)

ν_1	u_1	u_2	t_h	F	C_M	N_c
100.0	114.85	136.86	236.09	4.978603	26.93214	200
150.0	116.64	136.41	235.83	4.985569	26.96212	1000
200.0	114.73	136.72	237.48	4.989176	26.95081	450
250.0	113.49	136.28	243.64	4.991384	26.94933	185

Units : u_1, u_2 ($^\circ\text{C}$), t_h (sec), F (min), C_M (min), N_c (cycle)

レトルト温度 u_1 と u_2 の初期値を 120°C 、加熱時間 t_h の初期値を 200sec として、任意定数 ν_1 を種々変えて、共役勾配法により最適化の計算を行なった。その結果を Table 3 に示す。

Table 3 の $\nu_1 = 200$ の場合の計算結果は逐次計算の結果とほぼ一致していることがわかる。この場合、もとの勾配にもどすくりかえし数 N_b は、標準型プロフィールの計算のときと同様に $N_b = 5$ とした。収束するまでのくりかえし数 N_c は、前報では $\nu_1 = 200$ の場合は約 1000 回であったが、本報では約 450 回とほぼ半分の計算回数で収束している。

3.3.4 多段型プロフィール

C_v 値の体積平均 C_M を対象にした場合、1段型と2段型について、共役勾配法による最適化の計算結果は、逐次計算による計算結果とほとんど一致した。そこで Fig. 1 のような多段型の場合について、共役勾配法により最適化の計算を行なった。段数は 40 段としたが、各段のレトルト温度の初期値は、前々報で報告した台形型の最適プロフィールを参考にして設定した。 ν_1 は 200 、加熱時間 t_h の初期値は 300sec とし、 t_h を 1000 分割した時間さざみを用いて、温度、F、 C_M などを計算し、もとの勾配にもどすくりかえし数 N_b は 5 として

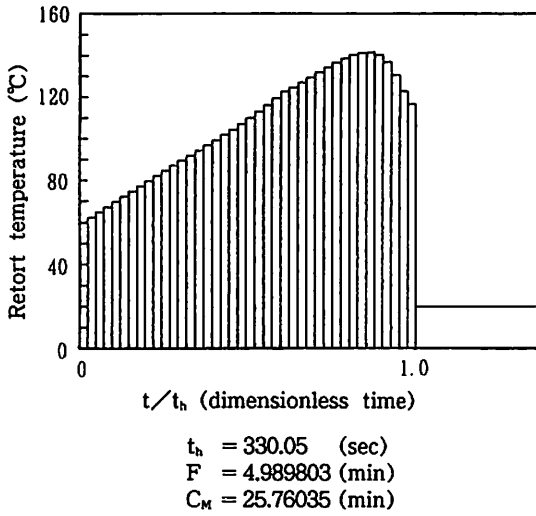


Fig. 4 Best sequence of multiple steps showing minimum volume average cook-value (C_M)

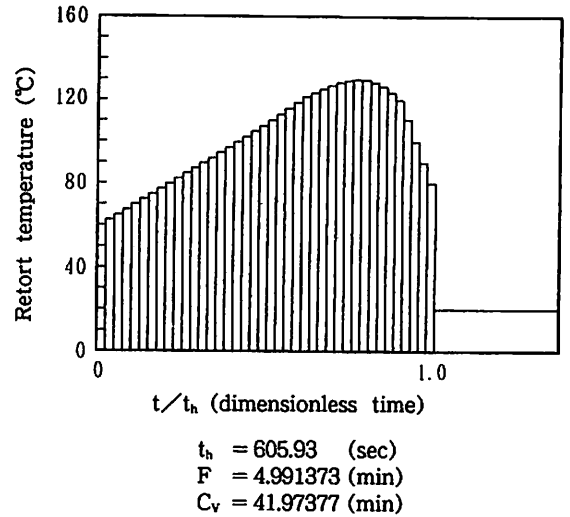


Fig. 5 Best sequence of multiple steps showing minimum surface cook-value (C_V)

Table 4 Comparison of two methods for volume average cook-value (C_M)

Method	u_m	t_h	F	C_M	ν_1	N_c
M-2	139.99	333.28	4.989212	25.84837	200	400
M-3	141.60	330.05	4.989803	25.76035	200	200

Units : u_m (°C), t_h (sec), F (min), C_M (min), N_c (cycle)

Note, M-2 : Optimization method used in the previous paper

M-3 : Optimization method used in this paper

Table 5 Comparison of two methods for surface cook-value (C_V)

Method	u_m	t_h	F	C_V	ν_1	N_c
M-2	129.46	587.15	4.991487	42.05286	400	700
M-3	129.81	605.93	4.991373	41.88865	400	90

Units : u_m (°C), t_h (sec), F (min), C_V (min), N_c (cycle)

Note, M-2 : Optimization method used in the previous paper

M-3 : Optimization method used in this paper

収束計算を行なった。その計算結果を Fig. 4 に示すが、前報の結果とほぼ一致したプロフィールが得られた。最高温度 u_m 、加熱時間 t_h 、 C_M などの前報の結果との比較を Table 4 に示す。最高温度、加熱時間、 C_M ともほとんど同じであることがわかる。しいていえば、 C_M がわずかに小さい本報の方がよいプロフィールであると考えられる。収束までのくりかえし数 N_c は本報では約 200 回であり、前報では約 400 回であった。なお、計算時間は、本報では約 200 分、前報では約 400 分であった。

一方、Fig. 5 に表面の C_v 値を対象にした場合の計算結果を示すが、この場合も前報の結果とほぼ一致したプロフィールが得られた。

Table 5 より、表面の場合も最高温度 u_m 、加熱時間 t_h 、 C_v 値ともほとんど同じであるが、加熱時間は本報の方が約 20sec ほど長いことがわかる。 C_v 値は本報の方がわずかに小さいので、本報の方がよいプロフィールであると考えられる。収束までのくりかえし数 N_c は本報では約 90 回であり、前報では約 700 回であった。

多段型プロフィールのときも、収束するまでの計算回数は本報の方法を用いた方が前報の場合よりも少ないことがわかる。

4. 結論

一次元熱伝導をあてはめることができるレトルトパウチ詰食品のような偏平な被加熱体について、変分法による最適制御の方法を応

用し、共役勾配法を用いて、多段型レトルト温度プロフィールの最適化をこころみた。

その結果、 C_v 値の体積平均を対象とした場合も、表面の C_v 値を対象とした場合も、前報までに得られたプロフィールとよく似たプロフィールが得られた。収束するまでの計算時間や回数は本報の場合の方が前報の場合よりも少ないことがわかった。また、本報の最適問題では共役勾配法の方が最急降下法より収束がはやいようである。

本報で用いた探索法は、缶詰食品の殺菌における品質保持を考える場合にも適用可能である。

<引用文献>

- 1) 寺島好己、野中保雄、日本包装学会誌、3 (3)、164 (1994)
- 2) 寺島好己、野中保雄、日本包装学会誌、3 (3)、152 (1994)
- 3) Ohlsson, T., J. Food Sci., 45, 836 (1980)
- 4) Saguy, I. and Karel, M., J. Food Sci., 44, 1458 (1979)
- 5) Nadkarni, M. and Hatton, T., J. Food Sci., 50, 1312 (1985)
- 6) 加藤寛一郎、“工学的最適制御”、東京大学出版会、p.95, 199 (1988)
- 7) 嘉納秀明、“システムの最適理論と最適化”、コロナ社、p.61, 211, 215 (1987)
- 8) Lasdon, L. S., Mitter, S. K. and Waren, A. D., IEEE Trans., 12 (2), 132 (1967)
- 9) Ohlsson, T., J. Food Sci., 45, 848 (1980)

(原稿受付 1994 年 1 月 18 日)

(審査受理 1994 年 7 月 19 日)