

製品衝撃強さ評価のための統計解析手法 第四報: 2種類の打ち切りデータを含むデータの統計解析手法

堀口 翔伍*, 中嶋 隆勝**

Statistical Method for Mechanical Shock Fragility of Products —Analysis of a Result Including Two Kinds of Incomplete Data—

Shogo Horiguchi* and Takamasa Nakajima**

衝撃試験を実施すると1回目の衝撃で破損してしまうデータ(初期打ち切りデータ)や最後の衝撃でも破損しないデータ(中途打ち切りデータ)に遭遇することがある。これらのデータは統計解析することを困難にする。これらのデータを無視すると統計値の精度は低下する。我々はこれまで、初期打ち切り、中途打ち切りのどちらかを含むデータに対して、Johnsonが開発した方法とそれを改良した方法による統計解析が有効であることを示した。今回、我々は初期打ち切り、中途打ち切りの両方を含むデータに対しても統計解析できる手法を考案した。本手法は、これまで算出が困難だった順位数を、打ち切りデータが存在する期待値を足し合わせることで算出可能とする手法である。鶏卵についての衝撃試験結果へ適用し、平均値及び標準偏差の推定精度向上が確認されたので報告する。

In a shock test, two kinds of incomplete data often occur. One is an initial incomplete data damaged by first minimum shock. The other is a final incomplete data not damaged by last maximum shock. These incomplete data make it difficult to analyze the fragility of products statistically. Neglecting these incomplete data provides worse accuracy in statistical analysis. It has already been demonstrated that the Johnson's method and the improved Johnson's method are applicable to a shock test result including the final incomplete data or the initial incomplete data. This paper presents a new method to be able to analyze statistically even a shock test result including both the initial incomplete data and the final incomplete data. The new method is to sum up the expectation values of the existence about all data, and enables to calculate order numbers which it is difficult to calculate using the ordinary method. It is confirmed that the accuracy of statistics is improved by applying this method to shock test results of eggs.

キーワード: 包装、衝撃試験、統計、打ち切りデータ

Keywords : Packaging , Shock Test, Statistics, Incomplete Data

*** (地独)大阪府立産業技術総合研究所, 〒594-1157 大阪府和泉市あゆみ野 2-7-1
TRI Osaka(Technology Research Institute of Osaka Prefecture),2-7-1,Ayumino,Izumi,Osaka 594-1157,Japan
*連絡先 TEL:0725-51-2719, FAX:0725-51-2639, Email:HoriguchiS@tri-osaka.jp

1. はじめに

新製品および新包装の開発段階において包装及び製品設計のための衝撃試験¹⁾²⁾が実施されている。また、この試験の精度向上のための研究が数多く行われている^{3)~5)}。特に耐衝撃性能の統計値の精度向上は、市場での商品破損率の予測の精度向上に直結する。しかし、衝撃試験を実施すると1回目の衝撃で破損してしまうデータ（初期打ち切りデータ）や最後の衝撃でも破損しないデータ（中途打ち切りデータ）に遭遇することがある。これらのデータに遭遇すると統計解析が困難になる。また、これらのデータを無視すると正確な統計値を出すことができず、耐衝撃性能の統計値の精度が低下してしまう。

そこで我々は、これまでに中途打ち切りを含むデータの統計解析を可能にする手法として、寿命試験の分野で Johnson が開発した順位数を算出する方法⁶⁾の適用を、また、初期打ち切りを含むデータに適用するために Johnson の方法を改良して適用することを提案した^{7) 8)}。しかし、中途打ち切りおよび初期打ち切りの両方を含む場合のデータを取り扱う手法に関する報告は見られない。そこで、本研究ではそれらの打ち切りデータを含む不完全データの統計解析手法について検討した。

2. 原理

2種類の打ち切りを含むデータを取り扱

うためには Johnson の方法による片側からの順位数計算手法では対応できない。今回、Johnson の方法の「打ち切りデータは母数を予測する情報を持ち、完全データの順位数に影響を与える。そのため、順位数はもはや整数では表すことが出来ず、分数で表される。」という考え方⁶⁾に着目した。2種類の打ち切りデータ（初期打ち切りデータ、中途打ち切りデータ）の両方を含む場合について、 k 番目のデータの順位数をすべてのデータについて k 番目のデータ未満に存在する期待値を足し合わせることで算出可能とする。本章ではこの統計解析手法の原理について紹介する。

本稿において、データ x_l が打ち切りデータの場合は打ち切り点を \bar{x}_l と表すこととする。また、完全データの場合は $x_l = \bar{x}_l$ と表すこととする。

2.1 基本原理

まず、試験により得られたデータを昇順に並び替える。その際、 $\bar{x}_j = \bar{x}_l$ であれば初期打ち切り < 完全データ < 中途打ち切りの大小関係を持つとする。昇順に並び替えた後、順位数の計算において同一の値のデータ ($\bar{x}_j = \bar{x}_{j+1}$) があった場合は $\bar{x}_j < \bar{x}_{j+1}$ として扱うこととする。

昇順に並び替えられたデータ $x_l (l = 1 \dots n)$ の内、完全データ x_k の順位数を考える時、 $x_l (l = 1 \dots n)$ が x_k の順位数に与える影響を考察し定式化する。全デー

タ数を n 、データ x_k の順位数を i_k とする。 x_l が x_k 未満に存在する確率 $p_{l(k)}(x_l < x_k)$ はその期待値と等価である。したがって、式(1)に示すように、 $p_{l(k)}(x_l < x_k)$ の総和を取り、1 を足すことで x_k の順位数が得られる。以下、 $p_{l(k)}(x_l < x_k)$ を存在確率と称す。例えば、 x_l が完全データの時は式(2)に示すように 1 もしくは 0 となる。

$$i_k = 1 + \sum_{l=1 \dots n} p_{l(k)}(x_l < x_k) \quad (1)$$

$$p_{l(k)}(x_l < x_k) = \begin{cases} 1 & (x_l < x_k) \\ 0 & (x_l \geq x_k) \end{cases} \quad (2)$$

Johnson の方法では順位数の算出に際して k 番目以降のデータには着目しなかったが、今回提案する手法においては k 番目以降のデータが k 番目未満に存在する確率も考慮することで 2 種類の打ち切りを同時に含むデータを扱うことが可能となる。

2.2 存在確率の算出方法

順位数算出のための存在確率 $p_{l(k)}(x_l < x_k)$ の算出方法を述べる。存在確率は完全データの場合は 1 もしくは 0 で示されるが、打ち切りデータの場合は存在確率が分布するので式(3)で示す場合の数 $m_{l(k)}$ を考えなければならない。

$$p_{l(k)}(x_l < x_k) = \frac{m_{l(k)}(x_l < x_k)}{m_{l(k)}(x_l: \text{all})} \quad (3)$$

ここで、 $m_{l(k)}(x_l: \text{all})$ は打ち切りデータ x_l

の全場合の数であり、 $m_{l(k)}(x_l < x_k)$ は打ち切りデータ x_l が x_k 未満に存在する場合の数である。

2.2.1 一般的な場合の存在確率の算出方法

例として、ここに落下データ 2、4 についてデータ 1 未満である存在確率 $p_{2(1)}(x_2 < x_1)$ 及び $p_{4(1)}(x_4 < x_1)$ は 0 である。データ 3 の存在確率を式(3)で求めたい。この時の存在確率の分布を Fig.1 に示す。データ 3 が取りうる全場合の数 $m_{3(1)}(x_3: \text{all})$ は「データ 1 より小さい」、「データ 1 と 2 の間試験の破損高さの試料数 4 のサンプルデータを用意する。

データ 1 : 1000mm

データ 2 : 1100mm 未満 (初期打ち切り)

データ 3 : 1200mm 超 (中途打ち切り)

データ 4 : 1300mm

“未満”は初回の衝撃で破損したため初期打ち切りとなり破損高さが不明確なデータ、“超”は最後の衝撃でも破損しなかったため中途打ち切りとなり破損高さが不明確なデータである。

データ 1 の順位数 i_1 を考える。データ 3、4 についてはデータ 1 未満に存在する確率 $p_{3(1)}(x_3 < x_1)$ 、 $p_{4(1)}(x_4 < x_1)$ は 0 である。データ 2 がデータ 1 未満に存在する確率 $p_{2(1)}(x_2 < x_1)$ を求めるには、式(3)を適用し全場合の数 $m_{2(1)}(x_2: \text{all})$ と $m_{2(1)}(x_2 < x_1)$ を求める必要がある。データ 2 が取りうる全場合の数 $m_{2(1)}(x_2: \text{all})$ は「データ 1 より小さい」、「データ 1 より大きい」の 2

通りがあり、そのうちデータ 1 より小さい場合の数 $m_{2(1)}(x_2 < x_1)$ は 1 通りである。よって、データ 2 がデータ 1 未満に存在する確率 $p_{2(1)}(x_2 < x_1)$ は $1/2$ となる。これを式(1)に適用するとデータ 1 の順位数 i_1 は $1 + (0 + 1/2 + 0 + 0) = 1.5$ となる。またデータ 4 についても同様に $i_4 = 1 + (1 + 1 + 1/2 + 0) = 3.5$ と算出できる。

2.2.2 複雑な場合の存在確率の算出方法

次のようなサンプルデータの場合、すなわち初期打ち切りと中途打ち切りが交差する場合は簡単に存在確率 $p_{l(k)}(x_l < x_k)$ を算出することができない。

- データ 1 : 1000mm
- データ 2 : 1100mm 超 (中途打ち切り)
- データ 3 : 1200mm 未満 (初期打ち切り)
- データ 4 : 1300mm

データ 1 の順位数 i_1 について考える。」「データ 2 より大きい」の 3 通りが考えられる。しかし、前提条件として Fig.1 中の①に該当するデータ 2 の破損点が 1200mm 未満である必要があり、Fig.1 中の②に該当するデータ 2 の破損点が 1200mm 以上の場合はデータ 3 が取りうる全場合の数 $m_{3(1)}(x_3: \text{all})$ は 2 通りとなる。データ 3 の取りうる全場合の数 $m_{3(1)}(x_3: \text{all})$ は 2 と 3 とも言えないが、2 と 3 の間にあると言うことができ、整数で表すことができないことが分かる。そこでデータ 3 の取りうる全場合の数が 2 と 3 の間のどこに存在するかを算出する

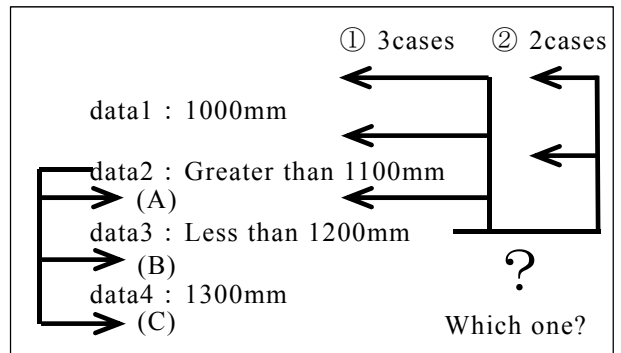


Fig.1 An existence probability change of data3.

ため、データ 2 の存在確率の分布を考え、式(4)を導入する。

$$m_{l(k)} = 1 + \sum_{j=1 \dots n} p_{j(l,k)}(x_j) \quad (4)$$

ここで、 $p_{j(l,k)}$ を、 x_j が場合の数 $m_{l(k)}$ を考えている範囲に存在する確率とする。 $m_{l(k)}(x_l: \text{all})$ の時は打ち切りデータ x_l が取りうる全範囲であり、 $m_{l(k)}(x_l < x_k)$ の時は打ち切りデータ x_l が取りうる範囲の内 x_k 未満の範囲である。ただし、打ち切りデータ x_l の場合の数について考えるので、 x_l は範囲を持たず打ち切り点 \bar{x}_l で固定するものとする (計算上は打ち切り点 \bar{x}_l の完全データとみなす)。さらに $p_{j(l,k)}$ は $j=1$ の時、 $x_j (= x_1)$ を打ち切り点 \bar{x}_1 として扱うので、 \bar{x}_1 についての条件がある時、 $p_{1(l,k)}(\bar{x}_1 < \bar{x}_1) = 0$ となる。

式(3)の場合の数は具体的に、 x_l が初期打ち切りデータの場合は式(5)、式(6)で表される。

$$m_{l(k)}(x_1: \text{all}) = 1 + \sum_{j=1 \dots n} p_{j(l,k)}(x_j < \bar{x}_l) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & m_{l(k)}(x_1 < x_k) \\ &= 1 + \sum_{j=1 \dots n} p_{j(l,k)}[(x_j < \bar{x}_l) \text{and}(x_j < x_k)] \quad (6) \end{aligned}$$

また、 x_l が中途打ち切りデータの場合は式(7)、式(8)で表される。

$$m_{l(k)}(x_1: \text{all}) = 1 + \sum_{j=1 \dots n} p_{j(l,k)}(\bar{x}_l < x_j) \quad (7)$$

$$m_{l(k)}(x_1 < x_k) = \begin{cases} 1 + \sum_{j=1 \dots n} p_{j(l,k)}[(\bar{x}_l < x_j) \text{and}(x_j < x_k)] & (\bar{x}_l < x_k) \\ 0 & (x_k < \bar{x}_l) \end{cases} \quad (8)$$

ただし、式(6)、式(8)において x_k は順位数を求める対象となるデータであるため完全データである。そして、例えば式(6)において $p_{j(l,k)}[(x_j < \bar{x}_l) \text{and}(x_j < x_k)]$ を求める時、式(2)や式(3)を修正した式を再び適用する必要がある。 x_j が打ち切りデータで式(3)を適用する際に、 x_j についての条件を追加し、少し式を修正するだけで $m_{j(l,k)}$ の算出が可能となる。この場合の一般化した式を付録に示す。

このように、 x_l や x_k のデータ種別の組み合わせに対応した条件式を追加することで $p_{j(l,k)}$ の条件式を作成することができる。

この考え方を導入すると式(3)よりデータ 3 がデータ 1 未満に存在する確率

$p_{3(1)}(x_3 < x_1)$ が式(9)で表せる。

$$p_{3(1)}(x_3 < x_1) = \frac{m_{3(1)}(x_3 < x_1)}{m_{3(1)}(x_3: \text{all})} \quad (9)$$

ただし、データ 3 がデータ 1 未満である場合の数を $m_{3(1)}(x_3 < x_1)$ 、データ 3 の取りうる全ての場合の数を $m_{3(1)}(x_3: \text{all})$ とする。

データ 3 がデータ 1 未満である場合の数 $m_{3(1)}(x_3 < x_1)$ は 1 である。

データ 3 の取りうる全ての場合の数 $m_{3(1)}(x_3: \text{all})$ について考える。 $l=3$ であり、 x_1 、すなわち x_3 は初期打ち切りデータなので式(5)が適用できる。 $l=3$ 、 $k=1$ を代入すると式(10)が得られる。

$$m_{3(1)}(x_3: \text{all}) = 1 + \sum_{j=1 \dots 4} p_{j(3,1)}(x_j < \bar{x}_3) \quad (10)$$

$j=1$ のとき、 $p_{1(3,1)}(x_1 < \bar{x}_3) = 1$ である。 $j=2$ のとき、 $p_{2(3,1)}(x_2 < \bar{x}_3)$ は 0 でも 1 でもなく存在確率を算出する必要がある。式(3)を一般化した付録の式 (A4)が適用でき、式(11)が得られる。

$$p_{2(3,1)}(x_2 < \bar{x}_3) = \frac{m_{2(3,1)}(x_2 < \bar{x}_3)}{m_{2(3,1)}(x_2: \text{all})} \quad (11)$$

$m_{2(3,1)}(x_2: \text{all})$ は、データ 3 を \bar{x}_3 で固定しているの、Fig.1 の左側の矢印で示すように、「(A)1100~1200mm」、「(B)1200~1300mm」、「(C)1300mm 以上」の 3 通りとなる。また、この時は付録の式(A5)を用いて算出することができ、 $m_{2(3,1)}(x_2: \text{all}) = 1 + (0 + 0 + 1 + 1) = 3$ とな

り一致する。

$m_{2(3,1)}(x_2 < \bar{x}_3)$ は Fig.1 に示す(A)の 1 通りである。こちらも付録の式(A6)を用いることができ、 $m_{2(3,1)}(x_2 < \bar{x}_3) = 1 + (0 + 0 + 0 + 0) = 1$ となり一致する。よって、式(11)より、 $p_{2(3,1)}(x_2 < \bar{x}_3) = 1/3$ となる。

データ 4 については $p_{4(3,1)}(x_4 < \bar{x}_3) = 0$ である。よって式(10)より、 $m_{3(1)}(x_3: \text{all}) = 1 + (1 + 1/3 + 0 + 0) = 7/3$ となる。これよりデータ 3 がデータ 1 未満に存在する確率は式(9)より、 $p_{3(1)}(x_3 < x_1) = m_{3(1)}(x_3 < x_1) / m_{3(1)}(x_3: \text{all}) = 1 / (7/3) = 3/7$ となる。よって、データ 1 の順位数は式(1)より $i_1 = 1 + (0 + 0 + 3/7 + 0) = 10/7$ 、つまり 1.429 となる。データ 4 の順位数 i_4 についても同様の手順で算出すると、 $i_4 = 3.571$ となる。

2.3 順位数算出のアルゴリズム

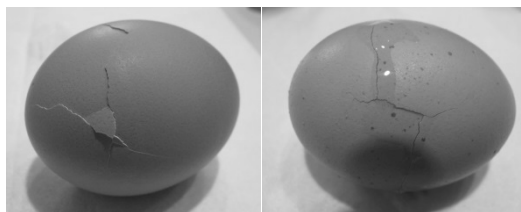
前節までに示した原理に基づく順位数計算法（以下、提案法）による k 番目のデータの順位数算出のためのフローチャートを Fig.3 に示す。これにより k 番目のデータの順位数が求められる。

3. 提案法検証用のデータの生成

既に中嶋が発表したノート⁸⁾にて鶏卵を用いた衝撃実験を実施している。本論文ではその実験結果を用いて提案法を検証するための 2 種類の打切りデータを含むデータを生成する。

3.1 実験方法

本稿では実験試料・条件について、簡単に説明することとし、詳細は文献 8) を参照されたい。おこなった実験は鶏卵の (1)許容速度変化試験（落下試験）、(2)許容加速度試験（衝撃パルス試験）の 2 種類である。それぞれ破損判定基準を破損 A「ひび割れ」、破損 B「卵白漏れ」とし、破損サンプルを Fig.2 に示す。



(A) A cracked egg (B) A broken egg

Fig.2 Damaged eggs

3.1.1 許容速度変化試験

許容速度変化試験の試料数を 50 とし、落下高さを 3,5,8,12,20,31,50,81,129mm と増加させ、破損 A、破損 B が発生する落下高さを調べた。JIS Z 0119¹⁾ では「損傷までの試験回数は、繰り返し衝撃による蓄積疲労の影響を避けるため多くとも 5~6 回が望ましい。」と記載されているがここでは全てが完全データの場合と打切りデータを含む場合の比較検討を目的としているので規定の 5~6 回を超えても試験を続行した。

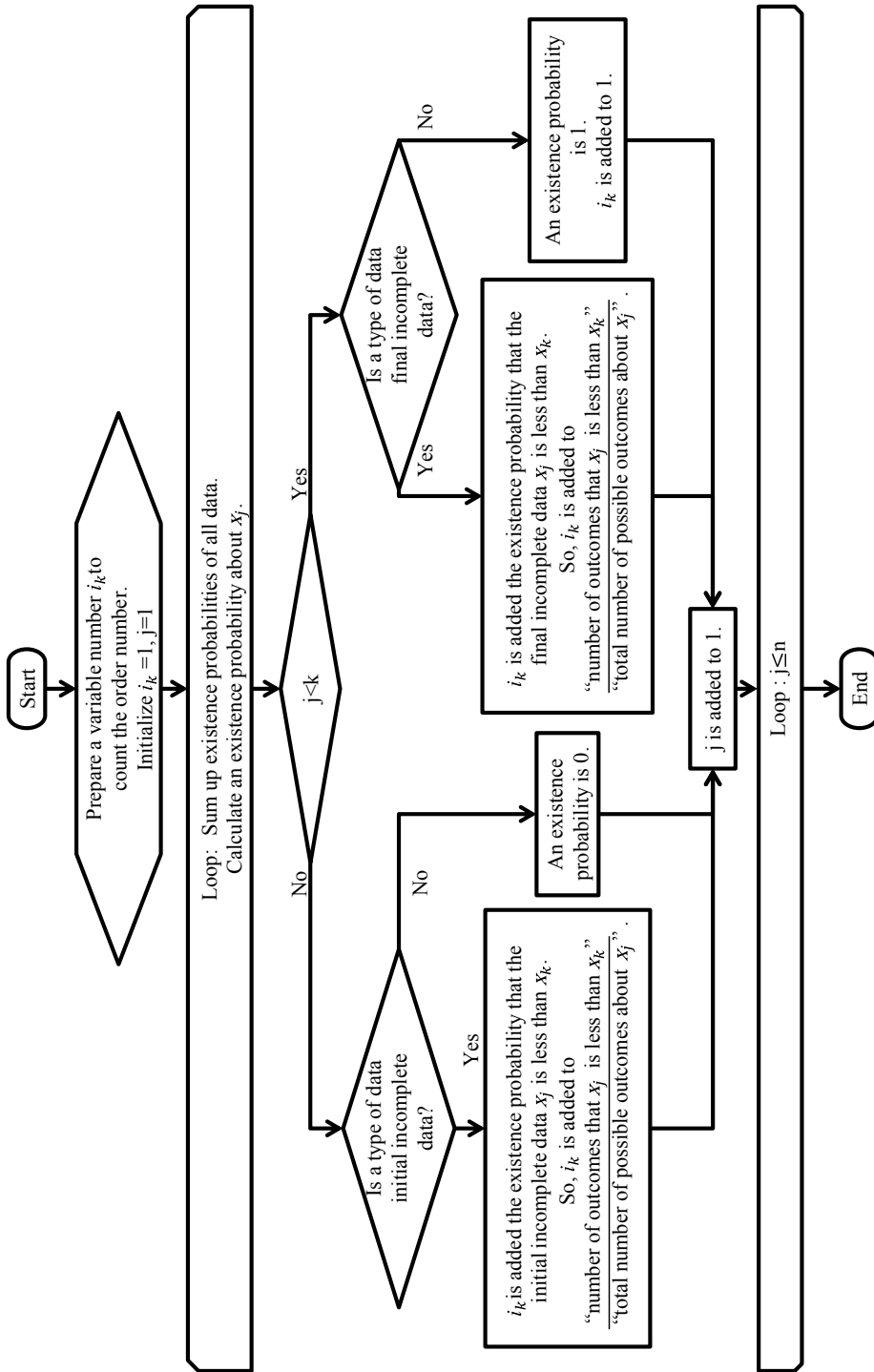


Fig. 3 Flowchart of proposed method to calculate order number of x_k .

3.1.2 許容加速度試験

鶏卵を衝撃台の上に固定し、衝撃パルスを加えることで許容加速度試験を実施した。試料数は 30、衝撃パルスの加速度は初期値を 300m/s^2 前後、増加率を 25% 前後と設定した。こちらも同様に 5~6 回を超えても試験を続行した。

3.2 実験結果と検証用データの生成

許容速度変化試験及び許容加速度試験の結果を示す。また、提案法の評価精度を確認するために 2 種類の打切りデータを含むデータを生成する。その際、文献⁷⁾で検討されているように完全データにおいて、真の衝撃強さの値は破損しなかった時の最大の衝撃値と破損した時の衝撃値の間のどこかに存在する。この真値は不明である。本稿では、衝撃強さの期待値はこの 2 値の相加平均として扱っている。

3.2.1 許容速度変化試験

許容速度変化試験の結果を Table 1 に示す。破損 A「ひび割れ」についての許容速度変化の期待値を Table 2 に示す。破損 B「卵白漏れ」についての期待値を Table 4 に示す。

破損 A に関して 2~5 回目の試験のみ行ったとすると Table 2 は Table 3 となり、初期打切り 4 つと中途打切り 1 つを含むデータが生成される。

また、破損 B に関して 4~8 回目の試験のみ行ったとすると Table 4 は Table 5 となり初期打切り 6 つと中途打切り 3 つを含むデータが生成される。

Table 1 Results of the critical velocity change test of eggs⁸⁾.

H (mm)	ΔV (m/s)	Damage A Crack	Damage B Breakage
3	0.243	0	0
5	0.313	4	0
8	0.396	26	0
12	0.485	45	6
20	0.626	49	19
31	0.780	50	32
50	0.990	50	41
81	1.26	50	47
129	1.59	50	50
Amount		50	50

Table 2 The critical velocity change for the damage A⁸⁾.

ΔV_A (m/s)	Number
0.278	4
0.355	22
0.441	19
0.556	4
0.703	1
Amount	50

Table 3 Data include two kinds of incomplete data for the damage A.

ΔV_A (m/s)	Number
Less than 0.313	4
0.355	22
0.441	19
0.556	4
Greater than 0.626	1
Amount	50

Table 4 The critical velocity change for the damage B⁸⁾.

ΔV_B (m/s)	Number
0.441	6
0.556	13
0.703	13
0.885	9
1.125	6
1.426	3
Amount	50

Table5 Data include two kinds of incomplete data for the damage B.

Δ VB (m/s)	Number
Less than 0.485	6
0.556	13
0.703	13
0.885	9
1.125	6
Greater than 1.260	3
Amount	50

3.2.2 許容加速度試験

許容加速度試験の結果から得られた許容加速度の期待値を Table6 に示す。破損時に破損 A「ひび割れ」のみが発生したケースはなく、破損した時は破損 B「卵白漏れ」が発生した。

2～5 回目の試験のみを行ったとすると Table6 は Table7 となり、初期打ち切り 4 つと中途打ち切り 8 つを含むデータが生成される。

Table6 Results of the critical acceleration test of eggs⁸⁾.

No.	AAB(m/s ²)	No.	AAB(m/s ²)
1	465	16	472
2	585	17	387
3	313	18	589
4	385	19	312
5	587	20	470
6	471	21	615
7	523	22	509
8	470	23	514
9	586	24	614
10	692	25	514
11	469	26	509
12	585	27	743
13	475	28	511
14	527	29	512
15	587	30	612

Table7 Data include two kinds of incomplete data for the acceleration test.

No.	AAB (m/s ²)		AAB (m/s ²)
1	465	16	472
2	Greater than 537	17	Less than 424
3	Less than 422	18	Greater than 538
4	Less than 425	19	Less than 422
5	Greater than 537	20	470
6	471	21	615
7	523	22	509
8	470	23	514
9	Greater than 538	24	614
10	Greater than 536	25	514
11	469	26	509
12	Greater than 537	27	Greater than 672
13	475	28	511
14	527	29	512
15	Greater than 538	30	612

4. 提案法の評価

3.2 節で作成した 2 種類の打ち切りデータを含むデータについて提案法を用いて平均値 μ 、標準偏差 σ を算出する。また、完全データの従来法の統計解析手法により算出した μ 、 σ と、打ち切りデータを無視して算出した時の μ 、 σ を比較検討し、提案法の推定精度を調べると共に、提案法の有効性を確認する。

4.1 統計解析の手法

データが正規分布あるいはワイブル分布に従うと仮定し、平均値 μ 、標準偏差 σ を算出する。

まず、提案法を用いて各データの順位数を算出する。次にランク法（本稿では式(12)に示すミーンランク法を用いる）を用いて、累積破損率を算出する。そして、各データの値と累積破損率が正規分布およびワイブル分布に最も近づくように最小二乗法を用いて母数を決定する。正規分布の確率分布関数を式

(13)に、ワイブル分布の確率分布関数を式(14)に示す。また、ワイブル分布に関して、ワイブル母数 α 、 β から平均値 μ および標準偏差 σ を式(15)、(16)を用いて算出する。また変動係数 η は式(17)で算出する。ただしFは累積破損率、 Γ はガンマ関数である。

$$F = \frac{i}{N + 1} \quad (12)$$

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp\left\{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} dx \quad (13)$$

$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right\} \quad (14)$$

$$\mu = \beta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad (15)$$

$$\sigma^2 = \beta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right\}^2 \right] \quad (16)$$

$$\eta = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\mu} \quad (17)$$

4.2 統計解析の結果

全ての試験を実施した「打ち切りデータを含まない完全データのみのデータ」、3.2節で作成した「打ち切りデータを含むデータ」、これらに加えて「打ち切りデータを無視したデータ」の3パターンについてそれぞれ従来法、提案法、従来法にて統計解析を行い、完全データで得られた統計値を基準として提案法及び打ち切りデータを無視する方法の推定精度を算出し、比較検討を行った。破損 A「ひび割れ」が発生した許容速度変化について Table8 に示し、破損 B「卵白漏れ」が発生した許容速度変化について Table9 に示し、破損 A、B が

Table8 The statistical analysis of ΔVA to evaluate the estimation accuracy of the proposed method.

Data		All complete data	Include incomplete data	
Para-meter		Ordinary method	Proposed method	A case of neglecting incomplete data
μ	N	0.397	0.396 (-0.3%)	0.402 (1.4%)
	W	0.393	0.392 (-0.4%)	0.399 (1.4%)
σ	N	0.0814	0.0798 (-1.9%)	0.0709 (-12.9%)
	W	0.0807	0.0798 (-1.2%)	0.0702 (-13.0%)
η	N	20.5%	20.2% (-1.6%)	17.6% (-14.1%)
	W	20.5%	20.4% (-0.8%)	17.6% (-14.2%)

Table9 The statistical analysis of ΔVB to evaluate the estimation accuracy of the proposed method.

Data		All complete data	Include incomplete data	
Para-meter		Ordinary method	Proposed method	A case of neglecting incomplete data
μ	N	0.722	0.718 (-0.5%)	0.737 (2.1%)
	W	0.727	0.726 (-0.1%)	0.735 (1.2%)
σ	N	0.258	0.282 (9.2%)	0.215 (-16.6%)
	W	0.258	0.275 (6.8%)	0.215 (-16.5%)
η	N	35.7%	39.2% (9.8%)	29.2% (-18.3%)
	W	35.5%	37.9% (6.9%)	29.3% (-17.5%)

Table10 The statistical analysis of AAB to evaluate the estimation accuracy of the proposed method.

Data		All complete data	Include incomplete data	
Para-meter		Ordinary method	Proposed method	A case of neglecting incomplete data
μ	N	523	524 (0.3%)	504 (-3.5%)
	W	517	519 (0.5%)	500 (-3.3%)
σ	N	92.2	96.2 (4.3%)	37.8 (-59.1%)
	W	95.3	102.4 (7.4%)	38.3 (-59.8%)
η	N	17.7%	18.4% (4.0%)	7.5% (-57.6%)
	W	18.4%	19.7% (6.9%)	7.7% (-58.5%)

発生した許容加速度について Table10 に示す。表中の N は正規分布による近似、W はワイブル分布による近似を示している。また、括弧中の百分率は完全データのみの統計値との間に発生した誤差を示している。

4.3 統計値の推定精度についての考察

Table8~10 により、提案法において、打ち切りデータを無視した場合と比較すると、高い精度で平均値および標準偏差、変動係数を推定できていることが確認できる。平均値は打ち切りデータを無視した場合、最大で 3.5% 程度の推定誤差であったのに対し、提案法を用いた場合はいずれも 1% 以下であった。また、標準偏差においては、提案法では 10% 程度の推定誤差があり、平均値を推定する場合と比較すると標準偏差の推定は難しいことが伺えるものの、打ち切りデータを無視した場合におい

ては 10% 以上、Table10 においては 50% を超える推定誤差が発生している上に、打ち切りデータの割合と推定誤差との間に相関が認められる。

5. 結論

本論文では 2 種類の打ち切りデータを含む試験結果の統計解析手法について提案した。鶏卵を用いた衝撃試験を行った結果、打ち切りデータを無視した場合は 2~5% の推定精度であったのに対し、提案法では 1% 以下となり、より高い精度で評価できることが分かった。また、標準偏差においては、打ち切りデータを無視した場合は 10~60% の推定精度であったのに対して、提案法では 10% 程度となり、より高い精度で推定できることが分かった。

付録 存在確率の算出方法の一般化

x_l が打ち切りデータの時、式(5)~(8)中で $p_{j(l,k)}$ と表される存在確率を求める必要がある。 x_j が打ち切りデータの時、式(3)に類似した存在確率 $p_{j(l,k)}$ を求める式を使用する必要があり、さらに場合の数を算出する必要があり、式(5)~(8)をそのまま使用することは出来ず、 x_j について条件を追加する必要がある。

例えば、式(8)の $p_{j(l,k)}[(\bar{x}_l < x_j) \text{ and } (x_j < x_k)]$ を求める際、 x_j が初期打ち切りデータであれば、式(3)に相当する後の式(A1)に適用し、分子(式(A3))の q についての Σ の中は、 $p_{q(j,l,k)}[(x_q < \bar{x}_j) \text{ and } (\bar{x}_l < x_q) \text{ and } (x_q < x_k)]$ となる。 x_j が中途打ち切りデータであれば、後の式(A4)に適用し、分子(式(A6))の Σ の中は、 $p_{q(j,l,k)}[(\bar{x}_j < x_q) \text{ and } (\bar{x}_l < x_q) \text{ and } (x_q < x_k)]$ となる。これは元の条件の範囲に加えて初期打ち切りデータでは $(x_q < \bar{x}_j)$ 、中途打ち切りデ

ータでは $(\bar{x}_j < x_q)$ の範囲が and の形で追加されたものである。 p_q の添え字の括弧内に j を追加している。(添え字の括弧内の文字は x_q を打ち切り点 \bar{x}_q として扱うデータ。)

分母(式(A2)、式(A5))の中の Σ について x_j が初期打ち切りデータであれば式(A2)に適用し $p_{q(j,l,k)}(x_q < \bar{x}_j)$ となり、中途打ち切りデータであれば式(A5)に適用し $p_{q(j,l,k)}(\bar{x}_j < x_q)$ となり、 j 以外の範囲の条件は消失する。ただし、添え字には対象となったデータ (j,l,k) は記載しておく。(添え字の括弧内の文字は x_q を打ち切り点 \bar{x}_q として扱うデータ。)

このように範囲の条件を削除、追加していくことで式を導出できる。

打ち切りデータ x_j について一般化した式を式(A1)~(A6)に示す。範囲の条件として r 個の中途打ち切りデータの打ち切り点 $\bar{x}_{\alpha 1} \sim \bar{x}_{\alpha r}$ 、 m 個の初期打ち切りデータの打ち切り点 $\bar{x}_{\beta 1} \sim \bar{x}_{\beta m}$ 、順位数を求める完全データ x_k を持つときに適用できる。また、 $\max(\dots)$ 、 $\min(\dots)$ はそれぞれ括弧内の最大値、最小値を示すものとする。場合の数が 0 となる条件は and の条件をすべて考えたとき、許される範囲が無い場合である。

x_j が初期打ち切りデータの場合は式(A1)~(A3)で表される。

$$p_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}[(\bar{x}_{\alpha 1} < x_j) \text{ and } \dots \text{ and } (\bar{x}_{\alpha r} < x_j) \text{ and } (x_j < \bar{x}_{\beta 1}) \text{ and } \dots \text{ and } (x_j < \bar{x}_{\beta m}) \text{ and } (x_j < x_k)] \\ = \frac{m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}[(\bar{x}_{\alpha 1} < x_j) \text{ and } \dots]}{m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}(x_j: \text{all})} \quad (\text{A1})$$

$$m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}(x_j: \text{all}) \\ = 1 + \sum_{q=1 \dots n} p_{q(j, \alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}(x_q < \bar{x}_j) \quad (\text{A2})$$

$$m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}[(\bar{x}_{\alpha 1} < x_j) \text{ and } \dots] \\ = \begin{cases} 1 + \sum_{q=1 \dots n} p_{q(j, \alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)} \\ \quad [(x_q < \bar{x}_j) \text{ and } (\bar{x}_{\alpha 1} < x_q) \text{ and } \dots] \\ \quad (\max(\bar{x}_{\alpha 1} \dots \bar{x}_{\alpha r}) < \min(\bar{x}_j, \bar{x}_{\beta 1} \dots \bar{x}_{\beta m}, x_k)) \\ 0 \quad (\max(\bar{x}_{\alpha 1} \dots \bar{x}_{\alpha r}) > \min(\bar{x}_j, \bar{x}_{\beta 1} \dots \bar{x}_{\beta m}, x_k)) \end{cases} \quad (\text{A3})$$

x_j が中途打ち切りデータの場合は式(A4)~(A6)で表される。

$$p_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}[(\bar{x}_{\alpha 1} < x_j) \text{ and } \dots \text{ and } (\bar{x}_{\alpha r} < x_j) \text{ and } (x_j < \bar{x}_{\beta 1}) \text{ and } \dots \text{ and } (x_j < \bar{x}_{\beta m}) \text{ and } (x_j < x_k)] \\ = \frac{m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}[(\bar{x}_{\alpha 1} < x_j) \text{ and } \dots]}{m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}(x_j: \text{all})} \quad (\text{A4})$$

$$m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}(x_j: \text{all}) \\ = 1 + \sum_{q=1 \dots n} p_{q(j, \alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}(\bar{x}_j < x_q) \quad (\text{A5})$$

$$m_{j(\alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)}[(\bar{x}_{\alpha 1} < x_j) \text{ and } \dots] \\ = \begin{cases} 1 + \sum_{q=1 \dots n} p_{q(j, \alpha 1 \dots \alpha r, \beta 1 \dots \beta m, k)} \\ \quad [(\bar{x}_j < x_q) \text{ and } (\bar{x}_{\alpha 1} < x_q) \text{ and } \dots] \\ \quad (\max(\bar{x}_j, \bar{x}_{\alpha 1} \dots \bar{x}_{\alpha r}) < \min(\bar{x}_{\beta 1} \dots \bar{x}_{\beta m}, x_k)) \\ 0 \quad (\max(\bar{x}_j, \bar{x}_{\alpha 1} \dots \bar{x}_{\alpha r}) > \min(\bar{x}_{\beta 1} \dots \bar{x}_{\beta m}, x_k)) \end{cases} \quad (\text{A6})$$

この式(A3)、(A6)に出てくる p_q について x_q が打ち切りデータの場合、本式が再度適用できる。適用を繰り返すことにより、最終的に全ての打ち切りデータが打ち切り点として扱われ、存在確率は0か1として扱うことが出来、容易に順位数が算出できる。

式(A2)、(A5)の p_q についても x_q が打ち切りデータの場合、再適用が必要である。ただし、 j 以外についての範囲条件は消失している。消

失した時点の範囲に新たな条件を追加していくことになる。また、範囲の条件が消失する時、max、min 括弧内の条件も消失する。(ただし、 p_q の添え字の括弧内の文字はそのままにしておき、打切り点として扱う措置は消失しない。)

これら範囲の条件について、有意な物は「中途打切りの中で最も大きいもの」(max の条件)と「初期打切り及び順位数を求める完全データの中で最も小さいもの」(min の条件)の2つだけである。よって、実際の計算時はその2つだけを考えて計算しても良い。

<参考文献>

- 1) JIS Z 0119 (2002)
- 2) ASTM D 3332 (2004)
- 3) 中嶋隆勝、日本包装学会誌、13(4)、253(2004)
- 4) 川口和晃、斎藤勝彦、日本包装学会誌、18(3)、203(2009)
- 5) 北澤裕明、佐藤達雄、長谷川奈緒子、李艶傑、石川豊、日本包装学会誌、23(4)、227(2014)
- 6) L.G.Johnson, “The Statistical Treatment of Fatigue Experiments”, Elsevier, p.37(1964)
- 7) 中嶋隆勝、日本包装学会誌、22(6)、269(2013)
- 8) 中嶋隆勝、日本包装学会誌、23(1)、41(2014)

(原稿受付 2015年1月13日)

(審査受理 2015年3月11日)